TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Dispersionsrelationen in dichten Plasmen unter ultrakurzer Laserbestrahlung relativistischer Intensität

Bachelor-Arbeit
zur Erlangung des Hochschulgrades
Bachelor of Science
im Bachelor-Studiengang Physik

vorgelegt von

MARTIN DOMMERT
geboren am 24.12.1990 in Leipzig

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden

Abteilung Laser- Teilchenbeschleunigung
Institut für Strahlenphysik
Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf
2013

Eingereicht am 10. Juni 2013

1. Gutachter: Prof. Dr. Thomas Cowan
2. Gutachter: Prof. Dr. Ulrich Schramm

Zusammenfassung

Deutsch:
Diese Bachelorarbeit beschreibt die Entwicklung und Anwendung eines Programms für den „particle-in-cell“-Code „IPICLS2D“ zur Dispersionsanalyse von Plasmasimulationen. Dabei wurde die Untersuchung der Dispersionsrelationen für dichte Plasmen unter ultrakurzer Laserbestrahlung relativistischer Intensität vorgenommen.
Das entwickelte Programm erlaubt die Berechnung der für die Dispersion notwendigen Daten aus Felddaten der Simulation während diese durchgeführt wird, und erspart eine nachträgliche Datenanalyse. Ein Vergleich der generierten Relationen mit den theoretisch zu erwartenden erlaubt es, zu verifizieren wie gut der verwendete PIC-Code die physikalische Dispersion wiedergibt.
Durch die Dispersionsanalyse bietet sich die Möglichkeit die Entwicklung des Plasmas hinsichtlich der Entwicklung von Plasmainstabilitäten zu untersuchen. Das Erkennen von Plasmainstabilitäten durch deren Dispersionsrelationen soll dazu genutzt werden, das beobachtete Plasmaverhalten besser zu beschreiben.

Abstract

English:
This Bachelor thesis summarizes the development and application of a routine for generating disperion relations in the frame of the “particle-in-cell”-code “IPICLS2D”. Therfore ultra-short laser pulses with relativistic intensities were simulated.
The developed code allows the calculation of data necessary for dispersion analysis out of the field data during the proceeding simulation. Thus, afterward data processing is prevented.
A comparison of simulated and theoretical dispersion realtions provides a method to estimate how well the physical dispersion is reproduced by the PIC-code.
The purpose of the disperion analysis lies in the detection of plasma instabilities within the simulated plasma. The observed plasma behavior should be described with regard to the detection of plasma instabilities and their disperion relations.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Motivation

Diese Arbeit beschäftigt sich mit Dispersionsrelationen in dichten Plasmen unter ultrakurzer Laserbestrahlung relativistischer Intensität. Dabei soll das Ziel sein, aus „particle-in-cell“ Simulationen Dispersionsrelationen zu gewinnen.
Diese Dispersionsrelationen sollen in Bezug auf die Elektronendynamik analysiert und ausgewertet werden.
Ein wichtiger Aspekt der in dieser Hinsicht betrachtet werden soll, ist das entstehen von Plasmainstabilitäten bei der Laser-Plasma Wechselwirkung. Diese Instabilitäten haben einen großen Einfluss auf die Plasmaentwicklung und sind daher von großer Bedeutung [1]-[2]. Da die einzelnen Instabilitäten durch spezielle Dispersionsrelationen charakterisiert werden, würde der Nachweis dieser Relationen eine neuartige Nachweismethode der Plasmainstabilitäten liefern.

2 Einführung

Die Plasmaphysik ist ein aktuelles und hochinteressantes Gebiet der Physik. Simulationen stellen in diesem Teilgebiet eine große Stütze der Wissenschaft dar, da mit ihnen die Möglichkeit besteht, Einblick in nicht observierbare Bereiche zu erlangen und das Plasmaverhalten vor dem tatsächlichen Experiment abzuschätzen. Für die Simulation von Plasmen stehen momentan verschiedene Programmcodes zur Verfügung. In dieser Arbeit sollen die betrachteten Sachverhalte mit dem „particle-in-cell“-Code „IPICLS2D“ [3] simuliert werden.
Im Bereich der Laser-Ionen-Beschleunigung ist es essentiell die Wechselwirkung von Laser und Target zu verstehen. Dieses Verständnis kann über die Entwicklung von Wellen im Plasma gewonnen werden. Das Auftreten und die Entwicklung von verschiedenen Wellenmoden kann durch eine Dispersionsanalyse des simulierten Sachverhaltes betrachtet werden. Für den verwendeten PIC-Code „IPICLS2D“ war eine direkte Dispersionsanalyse während der Simulation nicht möglich und daher wurde im Zuge dieser Arbeit eine Routine entwickelt, welche diese Aufgabe übernehmen kann.
In Experimenten zur Laser-Target Wechselwirkungen wurden Hinweise auf die Entwicklung von Instabilitäten im Plasma, vor allem an der Plasmaoberfläche, gefunden. Die genaue Untersuchung der Plasmaoberfläche ist im Experiment aufgrund der kleinen Längen- und Zeitskalen jedoch nicht möglich. Daher wurde im Zuge dieser Arbeit durch „particle-in-cell“ Simulationen die Entwicklung der Targetoberfläche bei Laser-Plasma Wechselwirkung betrachtet. Dabei soll vor allem die Entwicklung von Instabilitäten anhand der zugehörigen Dispersionsrelationen ausgewertet werden.
Durch die Verwendung von Simulationen für die Beschreibung von physikalischen Sachverhalten sind die erhaltenen Ergebnisse durch numerische Effekte, wie zum Beispiel numerische Dispersion, beeinflusst. Eine Abschätzung dieser numerischen Effekte ist wichtig,

um festzustellen welche simulierten Ereignisse der tatsächlichen Physik entsprechen und welche durch Numerik generiert werden. In dieser Arbeit soll vor allem der Einfluss der numerischen Dispersion auf die simulierte Dispersion betrachtet werden. Eine Auswertung dieser Effekte ist dahingehend interessant, da mit „IPICLS2D“ ein Simulationscode verwendet wurde, welcher auf der „Directional Splitting“ Methode beruht und daher im Vergleich zu anderen Simulationscodes weniger numerische Dispersion erwartet wird.

In der vorliegenden Arbeit werden zunächst die für die Auswertung notwendigen theoretischen Grundlagen in Kapitel 3 eingeführt. Hierbei wird in den Abschnitten 3.1, 3.2 und 3.3 die nötige Plasmaphysik eingehend beleuchtet. Daran anknüpfend wird in Kapitel 4 auf den der Arbeit zugrundeliegenden PIC-Code eingegangen. Da die Generierung der Dispersionsrelationen anhand der Feldverteilungen aus den Simulationen vorgenommen werden soll, wird die Berechnung der Felder, speziell die Lösung der Maxwell-Gleichungen durch den PIC-Code, näher erläutert. Weiterhin wird in diesem Kapitel auf die Problematik der numerischen Dispersion eingegangen, deren Einfluss auf die durchgeführten Simulationen anhand der simulierten Dispersionen im weiteren Verlauf der Arbeit analysiert werden soll. Die in dieser Arbeit entwickelte Routine zur Dispersionsanalyse wird in Kapitel 5 eingeführt und erläutert. Im Kapitel 6 werden dann die durchgeführten Simulationen aufgeführt und die Ergebnisse der Arbeit beschrieben. Abschließend werden die Ergebnisse der Arbeit in Abschnitt 7 und 8 zusammengefasst und es wird in Kapitel 9 einen Ausblick auf weiterführende Möglichkeiten der Auswertung gegeben.

3 Theoretische Grundlagen

Im folgenden Kapitel soll die zum Verständnis der Arbeit nötige Theorie behandelt werden. Dabei sollen grundlegende Begriffe zur Beschreibung eines Plasmas eingeführt und erklärt werden.

3.1 Plasmaphysik

Ein Plasma (griechisch $\pi\lambda\alpha\sigma\mu\alpha$, das Gebilde) ist ein ionisiertes oder teilweise ionisiertes Gas. Diese Angabe reicht jedoch als Charakterisierung nicht aus. Daher soll für ein Plasma folgende Definition gelten:

Ein Plasma ist ein quasineutrales Gas aus geladenen und neutralen Teilchen, welches kollektive Bewegungen ausführt.[4, S.3]

In dieser Definition sind die wichtigen Begriffe quasineutral und kollektiv. Daher sollen die Effekte der Quasineutralität und des kollektiven Verhaltens zunächst erläutert werden. Um diese Begriffe zu erläutern und für weitere Erklärungen ausführen zu können, sollen zunächst einige Grundgleichungen aus der Elektrodynamik und der Hydrodynamik eingeführt werden.

3.1.1 Grundgleichung zur Beschreibung des Plasmas

Die Maxwell-Gleichungen beschreiben die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen und lauten im Vakuum

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \tag{3.1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{3.2}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3.3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{3.4}$$

wobei

$$\rho(\vec{x}, t) = q \cdot n(\vec{x}, t) \tag{3.5}$$

die Ladungsdichte und

$$\vec{j} = q\vec{v} \cdot n(\vec{x}, t) \tag{3.6}$$

die Stromdichte sind [5]. Das elektrische bzw. magnetische Feld wird durch $\vec{E}$ bzw. $\vec{B}$ beschrieben und diese hängen vom Ort $\vec{x}$ und der Zeit t ab. Weiterhin ist c die Vakuumlichtgeschwindigkeit, q die Ladung der feldverursachenden Teilchen und $\vec{v}$ deren Geschwindigkeit.

Bildet man die Divergenz von Gl. (3.4) und verwendet die Relation $\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right) = 0$ für beliebige $\vec{A}$ erhält man

$$0 = \frac{4\pi}{c}\vec{\nabla}\cdot\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{\nabla}\vec{E}}{\partial t}\ . \tag{3.7}$$

Mit Gl. (3.1) erhält man die Kontinuitätsgleichung der Elektrodynamik

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{j} = 0 \tag{3.8}$$

Betrachtet man ein Plasma, so definiert dieses eine Ladungsdichte ρ und Stromdichte $\vec{j}$ und nimmt so Einfluss auf die Maxwell-Gleichungen und somit auch auf die Ausbreitung von Wellen im Plasma. Die Rückwirkung der E- und B-Felder auf ein geladenes Teilchen kann durch die Lorentzkraft

$$\vec{F} = q\cdot\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}\right) \tag{3.9}$$

beschrieben werden. Zur Beschreibung eines Plasmas ist es jedoch nicht zweckmäßig die Trajektorie eines jeden Teilchens im Plasma zu bestimmen. Für die Beschreibung der Plasmadynamik wird das Plasma als Flüssigkeit angesehen. Dabei wird angenommen, dass das Plasma aus zwei oder mehr interagierenden Flüssigkeiten besteht [4]. Dabei repräsentiert eine Teilchenspezies (z.B. Elektronen, Ionen) jeweils eine Flüssigkeit. Es wird also von einer Beschreibung der einzelnen Teilchen, wie sie durch Gl. (3.9) gegeben ist, zu einer Beschreibung von Teilchengruppen übergegangen. Allgemein ist die Dynamik von Flüssigkeiten durch die Navier-Stokes Gleichung

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right] = -\vec{\nabla}p + \rho\nu\vec{\nabla}^2\vec{u} \tag{3.10}$$

gegeben [4]. Dabei beschreibt $-\vec{\nabla}p$ den Einfluss eines Druckgradienten auf die Bewegung der Flüssigkeit. Im Fall des Plasmas wird dieser Druckgradient durch die thermische Bewegungen der Teilchen im Plasma erzeugt. Der Term $\rho\nu\vec{\nabla}^2\vec{u}$ beschreibt den Einfluss von Teilchenstößen auf die Flüssigkeitsbewegung. Die in dieser Arbeit betrachteten Plasmen sollen als kollisionsfrei betrachtet werden, wodurch der Stoßterm vernachlässigt werden kann. Da das Plasma aus geladenen Teilchen besteht, muss für die Beschreibung des Plasmas zusätzlich der Einfluss der elektromagnetischen Felder berücksichtigt werden. Für ein kollisionsfreies Plasma ergibt sich die Bewegungsgleichung zu

$$mn\left[\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{u}\right] = qn\left(\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c}\times\vec{B}\right) - \vec{\nabla}p\ . \tag{3.11}$$

3.1.2 Charakteristika eines Plasmas

Quasineutralität

Eine erste wichtige Eigenschaft eines Plasmas besteht darin, dass es in Gleichgewichtsbedingungen - also in Abwesenheit externer Kräfte - im Mittel neutral erscheint. Die Mittelung muss sowohl zeitlich als auch räumlich erfolgen und es kann angenommen werden, dass die Elektronendichte n_e gleich der Ionendichte n_i ist. Diese Annahme ist jedoch nicht für beliebige ,vor allem nicht beliebig kleine, Längenskalen und Zeitskalen, zum Beispiel im Bereich der Plasmaoszillation, gültig. Es muss diskutiert werden, ab welchen Längenskalen eine Abweichung von der Neutralität und somit Ladungstrennung auftreten kann.

Debye-Länge

Für die Bestimmung der typischen Längenskalen, ab denen das Plasma als neutral angenommen werden kann, betrachte man den Fall, dass eine Störladung in das Plasma eingebracht wird und somit ein Potential ϕ erzeugt. Da im Plasma frei bewegliche Ladungsträger vorhanden sind, wird das Störpotential ausgeglichen. Die ausgleichenden Teilchen - im Falle des Plasmas sind dies Elektronen - besitzen eine thermische Energie $E_{th} \equiv k_{\mathrm{B}}T$. Aufgrund dieser thermischen Energie, wird das Störpotential nicht komplett kompensiert. An dem Punkt wo thermische Energie und elektrostatische potentielle Energie $E_{pot} = q\phi$ der Störladung überein stimmen, ist das Störpotential jedoch soweit abgeschwächt, dass der Einfluss der Störung auf die Ladungsverteilung die Neutralität des Plasmas nicht signifikant stört [4].
Die Längenskala, ab der $E_{th} = E_{pot}$ gilt, soll als Schwelle dienen, um das Plasma als neutral zu bezeichnen und wird mit der Debye-Länge λ_D

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\epsilon_0 K T_e}{n e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.12}$$

definiert [4]. Für ein beliebiges System bedeutet dies, dass dessen typischen Längen L viel größer als die Debye-Länge sein müssen, da sonst die Abschirmungseffekte nicht auftreten können. Da die Debye-Länge direkt von der Elektronendichte abhängt, muss ein ionisiertes Gas dicht genug sein, damit λ_{D} viel kleiner als dessen Ausdehnung L ist, sodass es als Plasma bezeichnet werden kann [4, S.11]. Es muss also

$$L \gg \lambda_D \tag{3.13}$$

gelten.
Die Annahme, dass eine Störladung innerhalb der Debye-Sphäre größtenteils abgeschirmt wird,

ist jedoch nur gültig, wenn genügend Teilchen innerhalb dieser Sphäre vorhanden sind.
Um Aussagen darüber zu treffen, wird der sogenannte Plasmaparameter N_D eingeführt, welcher der Anzahl der Teilchen in einer Debye-Sphäre entspricht.

$$N_D = n\frac{4}{3}\pi\lambda_D^3. \tag{3.14}$$

Aus der Bedingung $\lambda_D \ll L$ und der Forderung nach kollektiven Verhalten folgt, dass

$$N_D \gg 1 \tag{3.15}$$

gelten muss.

Plasmafrequenz

Es wurde vorhergehend festgestellt, dass auftretende Störungen im Plasma auf der Größenordnung einer Debye-Länge durch die Elektronen ausgeglichen werden. Das Plasma stellt seine Neutralität also selbst wieder her. Wird nun ein Elektron aus dieser Neutralitätslage ausgelenkt, so wird es zurück schwingen und sich aufgrund seiner Trägheit über die Ruhelage hinaus bewegen. Das Elektron beginnt mit einer bestimmten Frequenz zu oszillieren, der *Plasmafrequenz*.

Für die Herleitung der Plasmafrequenz [4] soll ein kollisionsfreies Plasma angenommen werden. Weiterhin soll die rücktreibende Wirkung zur Ruhelage nur von der durch die Auslenkung entstehenden Potentialdifferenz kommen. Zusätzlich soll angenommen werden, dass kein magnetisches Feld $\vec{B}$ vorhanden ist und die Teilchen keine thermische Bewegung ausführen $(k_\mathrm{B}T = 0)$.
Die Ladungsdichte wird durch die Auslenkung weniger Elektronen gestört, sodass die Störung n_1 klein gegen die ursprüngliche Dichte n_0 ist und kann durch

$$n_e = n_0 + n_1(r,t) \tag{3.16}$$

beschrieben werden [4].
Es können nun die Kontinuitätsgleichung (3.8) in linearisierter Form [6] mit $\rho = n_0$ und $\vec{j} = n_0 \cdot \vec{v}_e$

$$\frac{\partial n_1(\vec{r},t)}{\partial t} + n_0 \cdot \vec{\nabla}\vec{v}_e(\vec{r},t) = 0 \tag{3.17}$$

und die Bewegungsgleichung (aus Gl. (3.9))

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}_e(\vec{r},t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \vec{v}_e(\vec{r},t)}{\partial t} + \left(\vec{v}_e(\vec{r},t)\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}_e(\vec{r},t) = -\frac{e}{m}\left(\vec{E}(\vec{r},t) + \underbrace{\vec{v}_e(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)}_{=0}\right) = -\frac{e}{m}\vec{E}(\vec{r},t) \tag{3.18}$$

aufgeschrieben werden.
Weiterhin soll angenommen werden, dass die Ionen einfach positiv geladen sind und eine festen Hintergrund bilden. Somit ergibt sich für die Ladungsdichte folgender Ausdruck:

$$\rho(\vec{r},t) = -e(n_0 + n_1(r,t)) + en_0 = -en_1(\vec{r},t). \tag{3.19}$$

Mit dieser Ladungsdichte und der Maxwell-Gleichung (3.1) gilt:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon_0}en_1(\vec{r},t). \tag{3.20}$$

Unter Verwendung der Poisson-Gleichung kann nun eine Schwingungsgleichung für den gegebenen Sachverhalt aufgestellt werden:

$$\frac{\partial^2 n_1(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e} n_1(\vec{r},t). \tag{3.21}$$

Dies ist entspricht der Grundgleichung eines harmonischen Oszillators. Somit entspricht die Plasmafrequenz dem Ausdruck

$$\omega_\mathrm{p} = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}} \tag{3.22}$$

Die Oszillation mit der Plasmafrequenz ω_p beschreibt die typische Schwingung eines Plasmas und stellt die schnellste Eigenreaktion des Plasmas auf externe Störungen dar. Dies bedeutet das langsamere Störung durch das Plasma abgeschirmt werden und somit die Plasmaapproximation weiterhin gilt. Schnellere Störungen können nicht mehr durch die Plasmaoszillation ausgeglichen werden.
Mit $\tau_\mathrm{p} = \omega_\mathrm{p}^{-1}$ wird die charakteristische Zeit beschrieben, in der Ladungstrennung aufgrund einer Störung im Plasma beobachtet werden kann. Bei Mittelung über Zeiten $\tau \ll \tau_\mathrm{p}$ ist von der Ladungstrennung nichts zu spüren und das Plasma erscheint neutral.

Anmerkung schwache Dämpfung

Die Schwingung der Elektronen wird durch Stöße untereinander gedämpft, wobei die mittlere Zeit zwischen den Stößen mit τ_col beschrieben werden soll. Die Stoßfrequenz $\omega_\mathrm{col} = \frac{1}{\tau_\mathrm{col}}$ muss für ein Plasma klein gegenüber der Plasmafrequenz sein, da sonst die Teilchenbewegung durch die Stoßwechselwirkung bestimmt wird. Wäre dies der Fall, würde das Plasma keine kollektives

Verhalten aufweisen, wodurch ein Kriterium der zu Beginn von Kapitel 3.1 eingeführten Plasmadefinition nicht erfüllt wäre. Für ein Plasma muss somit weiterhin

$$\omega_\mathrm{p} > \omega_\mathrm{col} \quad \text{oder} \quad \omega_\mathrm{p} \cdot \tau_\mathrm{col} > 1 \tag{3.23}$$

gelten. Ist dies der Fall wird die Entwicklung des Plasmas hauptsächlich durch die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Teilchen gegeben. Aufgrund der langreichweitigen Coulomb-Wechselwirkung erzeugt eine lokale Störung eine globale Beeinflussung des Plasmas. Somit kommt es im Plasma zu kollektivem Verhalten.
Zusammenfassend ergeben sich drei wesentliche Anforderungen an ein Plasma:

$$\lambda_D \ll L$$
$$N_D \gg 1$$
$$\omega_\mathrm{p} \cdot \tau_{col} > 1$$

3.2 Wellen im Plasma - Dispersionsrelationen

Diese Arbeit soll sich im späteren Verlauf mit der Einwirkung eines Lasers - also einer elektromagnetischen Welle - auf ein Plasma befassen. Daher ist es notwendig einige Grundlagen bezüglich der Wellenausbreitung in Plasmen zu beleuchten.
Dafür soll in diesem Kapitel zunächst generell auf die Wellenausbreitung im Plasma eingegangen und einige Wellenphänomene gesondert analysiert werden. Für einige Spezialfälle werden auch die zugehörigen Dispersionsrelationen $\omega(k)$ hergeleitet oder angegeben. Die physikalischen Dispersionsrelationen für einige Wellen werden im Abschnitt 6.1 aufgegriffen, um zu verifizieren, dass der zugrundeliegende PIC-Code die physikalische Dispersion darstellt und um zu verdeutlichen, dass die entwickelte Auswerteroutine zur Dispersionsanalyse funktioniert.

3.2.1 Klassifizierung von Wellen

Eine Einteilung der Wellen kann in elektrostatische und in elektromagnetische Wellen erfolgen. Weitere Untergliederungsmöglichkeiten der Wellen im Plasma bieten die oszillierende Teilchenart oder die Richtung eines Hintergrundmagnetfeldes B_0.

Wir können die Wellen unter verschiedenen Aspekten betrachten, jedoch sollen sie alle als kleine Störung des Plasmagleichgewichts aufgefasst werden. Somit soll eine allgemeine Vorgehensweise zur Beschreibung von Wellen im Plasma bestimmt werden.

- Definition der Gleichgewichtsgrößen mit kleinen Störparametern

- Beschreibung der Störgrößen mittels Fourieransatz (ebene-Wellen Ansatz)
  Beispiel: $n = n_0 + n_1 = n_0 + \overline{n}_1 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}$ wobei $\vec{k}$ den Wellenvektor der räumlichen Störung beschreibt

- Vernachlässigung der Produktterme von Störgrößen

- Ersetzung von $\vec{\nabla} \to i\vec{k}$ und $\frac{\partial}{\partial t} \to -i\omega$
  möglich durch Linearisierung der Differentialgleichung und Fourieransatz, $\vec{\nabla} e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)} = i\vec{k} \cdot e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}$ und $\frac{\partial}{\partial t} e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)} = -i\omega \cdot e^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}$

- Bestimmung der Dispersionsrelation $\omega(k)$
  Aus dieser Beziehung kann man dann die Phasengeschwindigkeit: $v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$ und die Gruppengeschwindigkeit: $v_{\text{gr}} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ ableiten

3.2.2 Elektrostatische Wellen im Plasma

Zu Beginn soll der Fall betrachtet werden, dass die Elektronen gegenüber dem Ionenhintergrund und somit aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt werden. Da bestrebt wird, den Gleichgewichtszustand wieder herzustellen, beginnen die Elektronen mit der Plasmafrequenz (3.22) zu schwingen. Würde man nun Teilchenspezies ohne thermische Energie und eine homogene Ladungsverteilung annehmen, würde sich die Plasmaoszillation nicht ausbreiten, da für die Gruppengeschwindigkeit $\omega/k = 0$ gelten würde [4].
Gibt man den Teilchen eine gewisse thermische Geschwindigkeit, so können sie sich von ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage entfernen und die Informationen einer Plasmastörung weitertragen. Die Plasmaoszillation wandelt sich in eine Plasmawelle um und breitet sich aus. Diese Plasmawellen werden auch als Langmuir-Wellen bezeichnet.
Für diesen Sachverhalt können wir folgenden Störungsansatz wählen:

$$n_e = n_0 + n_1 \qquad \vec{v}_e = \vec{v}_1 \qquad \vec{E} = \vec{E}_1 \qquad \vec{v}_0 = \vec{E}_0 = 0$$

Dabei sollen die Größen mit dem Subskript 1 klein sein. Weiterhin soll ein stoßfreies Plasma betrachtet werden, wodurch die Elektronenbewegung nach einer Auslenkung aus der Ruhelage nur in einer Dimension stattfindet. Dadurch tritt kein veränderliches Magnetfeld auf und man kann $B = B_0 = 0$ wählen.
Die thermische Bewegung der Elektronen führt zu einem Druckgradienten $\vec{\nabla} p_e = \vec{\nabla} p_1$ mit $p_1 = 3k_{\text{B}}T_e n_1$ [4, S.87]. Für die Elektronen kann die Bewegungsgleichung Gl. (3.24) unter Beachtung des Druckgradients

$$m_e n_e \left(\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + \left(\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v}_e \right) = -e n_e \vec{E} - \vec{\nabla} p_e \tag{3.24}$$

aufgestellt werden. Führt man die Schritte aus Abschnitt 3.2.1 aus, formt sich Gl. (3.24) in die Form

$$i\omega \cdot m_e n_0 \vec{v}_1 = e n_0 \vec{E}_1 + i\vec{k} \cdot 3 k_\mathrm{B} T_e n_1 \tag{3.25}$$

um. Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung (3.8) und der Poisson-Gleichung ergibt sich die Dispersionsrelation zu [4, S.88]

$$\omega^2 = \omega_\mathrm{p}^2 + \frac{3}{2} k^2 v_\mathrm{th}^2 \tag{3.26}$$

wobei die thermische Geschwindigkeit mit $v_\mathrm{th}^2 = 2 \cdot k \cdot T/m$ gegeben ist.
Die Gl. (3.26) beschreibt die Dispersionsrelation für longitudinale Plasmawellen und soll in 6.1 für eine simulierte Plasmabox nachgewiesen werden.

3.2.3 Elektromagnetische Wellen im Plasma

Als nächster interessanter Fall sollen transversale elektromagnetische Wellen im Plasma betrachtet werden. Zusätzlich zu den Bedingungen vor Gl. (3.24) wird für diesen Sachverhalt ein Magnetfeld $\vec{B} = \vec{B}_1$ betrachtet. Die hierfür relevanten Maxwell-Relationen sind Gl. (3.3) und (3.4). Dabei muss beachtet werden, dass die Stromdichte durch den Term $\vec{j} = \vec{j}_1$ gegeben ist. Beachtet man dies und nimmt für die E- und B-Felder ebene Wellen an, so ergibt sich die Dispersionsrelation für transversale Wellen im Plasma zu

$$\omega^2 = \omega_\mathrm{p}^2 + k^2 c^2 \ . \tag{3.27}$$

Die Herleitung der Formel findet sich in [4, S.114-115].
Die Annahme der ebenen Wellen im Plasma (Ausbreitung entlang x-Richtung) bedeutet, dass E_y keine Funktion von y ist. Dies bedeutet, dass die Dichteverteilung $n(y)$ entlang der y-Richtung keinen Gradienten besitzt und somit kein Druck in dieser Richtung vorherrscht. Daraus resultiert, dass keine longitudinalen Wellenanteile in y-Richtung vorhanden sind.

3.3 Plasmainstabilitäten

Wie in Kapitel 3.2.1 angesprochen können kleine Störungen Wellen im Plasma erzeugen. In den Kapiteln 3.2.2 und 3.2.3 wurden für Spezialfälle die Disperionsrelationen $\omega(k)$ hergeleitet. Diese waren von reeller Natur. Jedoch kann die Frequenz im Allgemeinen eine komplexe Größe darstellen:

$$\omega = \omega_\mathrm{real} + i\omega_\mathrm{imaginr} \tag{3.28}$$

Setzt man diesen allgemeinen Ansatz für die Frequenz in den Fourier-Ansatz ein, so erhält man:

$$A \cdot e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} = \left(A \cdot e^{\omega_i t}\right) \cdot e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_r t\right)} \equiv \Gamma \cdot e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega_r t\right)} \ . \tag{3.29}$$

Durch den Wert ω_i lassen sich Aussagen über das Verhalten der Welle treffen:

- $\omega_i < 0$: exponentiell abklingende Amplitude
- $\omega_i > 0$: exponentiell anwachsende Amplitude

Ist ω_i größer null so entwickelt sich für diese Frequenz eine Instabilität im Plasma. Es gibt viele Instabilitäten in Plasmen, wie zum Beispiel thermische Instabilitäten [1], Rayleigh-Taylor Instabilitäten [7] oder parametrische Instabilitäten [8][9], die durch Kopplung der Feld- und Bewegungsgleichungen entstehen. Im folgenden soll die parametrische Instabilität erläutert werden.

3.3.1 Parameterinstabilität - Oberflächenwellen

Der Begriff der parametrischen Instabilität für Plasmen kann aus der Mechanik motiviert werden. In der Mechanik werden diese als „parametrische Resonanzen“ bezeichnet und werden durch eine zeitliche Änderung der äußeren Anregung hervorgerufen [2].
Als veranschaulichendes Beispiel sollen zwei Oszillatoren x_1 und x_2 betrachtet werden, wobei diese einer äußeren Anregung E_0 unterliegen. Wenn diese Oszillatoren miteinander interagieren können, ergeben sich die Bewegungsgleichungen zu [10]

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + \omega_1^2 x_1 = x_2 E_0 \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} + \omega_2^2 x_2 = x_1 E_0 \ . \tag{3.31}$$

Nimmt man $x_1 = \overline{x}_1 \cos(\omega t)$, $x_2 = \overline{x}_2 \cos(\omega' t)$, $E_0 = \overline{E}_0 \cos(\omega_0 t)$ an und betrachtet nur geringe Dämpfung und Wachstumsraten so ergibt sich für das System aus Oszillatoren und Anregung folgende Frequenzbedingung [10]

$$\omega_0 \simeq \omega_1 \pm \omega_2 \ . \tag{3.32}$$

Ohne eine mathematisch stringente Herleitung zum Übergang von Oszillatoren zum Plasma geben zu wollen, soll deren Ergebnis in Form eines Analogieschlusses gegeben werden. Da ein Plasma als schwingungsfähiges System betrachtet werden kann, kann das Modell der parametrischen Resonanz auf diesen Sachverhalt übertragen werden. Dabei werden die eben betrachteten Oszillatoren als Wellen im Plasma identifiziert. Die Anregung soll in diesem Fall durch einen Laser gegeben sein und zugehörige Größen sind mit dem Index 0 versehen. Beim Übergang von Oszillatoren zu Wellen muss in der Beschreibung von ωt zu $\omega t - \vec{k}\vec{x}$ übergegangen werden. Aus dem Impulserhalt und $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ergibt sich

$$\vec{k_0} = \vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 \ , \tag{3.33}$$

wenn die treibende Welle in zwei Wellen zerfällt.
Es besteht die Möglichkeit, dass die Laserwelle Plasmaoszillationen treibt. Der Zerfall dieser Plasmaoszillationen über die parametrische Instabilität in zwei andere Wellen kann analog zum Phänomen der parametrischen Resonanz behandelt werden. Zum Beispiel kann der Zerfall in zwei elektrostatische Plasmawellen erfolgen, „Zwei-Plasmon Zerfall“ [11, S. 7 ff.]. Für diese Arbeit soll jedoch der Zerfall der anregenden Welle in zwei gegenläufige transversale Elektronen-Oberflächenwellen betrachtet werden. Der Laser regt dabei durch die elektrischen und magnetischen Anteile der Lorentzkraft Elektronenoszillationen mit ω und 2ω an der Plasmaberfläche an. Diese angeregten Moden können dann parametrisch in zwei Elektronen-Oberflächenwellen zerfallen, „two-surface-wave-decay“ [8].
Senkrecht zur Plasmaoberfläche entsteht eine Plasmaoszillation mit $2\omega_0$, daher können Oberflächenwellen mit der Frequenz $\omega_s = \omega_0$ und dem Wellenvektor k_s entstehen, welche durch die Dispersionsrelation

$$k_s^2 = \frac{\omega_s^2}{c^2}\frac{\omega_\mathrm{p}^2 - \omega_s^2}{\omega_\mathrm{p}^2 - 2\omega_s^2} \tag{3.34}$$

gegeben sind [8].

4 Methoden und Numerik

Dieses Kapitel soll der Beschreibung der numerischen Methoden und des zugrundeliegenden PIC-Codes dienen. Dazu soll zunächst nur kurz, Abschnitt 4.1, auf die generelle Funktionsweise des PIC-Codes eingegangen werden. Der Maxwell-Solver des verwendeten Codes soll in Kapitel 4.1.1 genauer betrachtet werden. Anschließend an die Betrachtung des Maxwell-Solvers soll im Abschnitt 4.1.2 ebenfalls auf die Thematik der numerischen Dispersion eingegangen werden, da es für die spätere Auswertung wichtig ist, numerische Artefakte von echten physikalischen Dispersionen zu unterscheiden.

4.1 PIC-Code

Um ein Plasma darzustellen, würde es ausreichen die Wechselwirkung der Teilchen aufeinander zu simulieren. Aufgrund der langreichweitigen elektromagnetischen Wechselwirkung müsste man jedoch den Einfluss jedes Teilchens auf alle anderen im Simulationsgebiet berücksichtigen. Der Rechenaufwand eines solchen N-Body-Problems skaliert ungefähr mit N^2 und würde alsbald bei hohen Teilchenzahlen zu extrem langen Rechenzeiten führen.
Dieses Problem kann man umgehen, indem man auf einen „particle-in-cell“ Code zurückgreift. In diesem wird das simulierte Gebiet durch ein Grid mit $\tilde{N}$ Zellen in Teilgebiete unterteilt, wobei sich in jeder Zelle N Teilchen befinden. Anhand der Teilchenverteilung innerhalb einer Zelle werden die elektromagnetischen Felder an den Zelleckpunkten bestimmt. Die Entwicklung der Felder wird dann mit Hilfe des Maxwell-Solvers ermittelt und der Einfluss der Änderung auf die Teilchen berechnet. Insgesamt ergibt sich für diese Methode ein Skalierungsverhalten des Rechenaufwandes von ungefähr $\alpha N + \beta \tilde{N}$.
Allgemein arbeitet ein PIC-Code nach dem in Abbildung 4.1 dargestellten Schema.

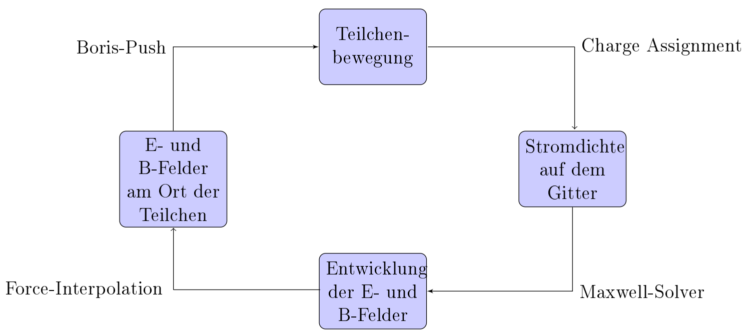

Abbildung 4.1: Schema zum Aufbau eines PIC-Codes

Für die Auswertung sind später die elektromagnetischen Felder des simulierten Sachverhaltes von Bedeutung. Die Verarbeitung der Felder wird im PIC-Code durch den Maxwell-Solver durchgeführt.

4.1.1 Maxwell-Solver

Der Maxwell-Solver stellt im PIC-Code eine Routine dar, welche die Maxwell-Gleichungen für einen Zeitschritt löst. Im verwendeten Code beruht der Maxwell-Solver auf dem „Directional Splitting"-Algorithmus.
Dieser Algorithmus beruht darauf, dass die Felder zum Lösen der Maxwell-Gleichungen in eine vorwärts- und in eine zurücklaufende Welle unterteilt werden. Dies liefert den Vorteil, dass die Propagation der Wellen durch vor- und zurückkopieren der einzelnen Wellenkomponenten (x-, y- und z-Komponenten) entlang des Simulationsgrids realisiert werden kann.

Die zeitliche Entwicklung der Felder wird durch die Gl. (3.3) und (3.4) beschrieben. Im Allgemeinen benötigt man alle Feldkomponenten des elektrischen und magnetischen Feldes für die Beschreibung der Teilchenbewegung. Bei Verwendung eines p-polarisierten Lasers tritt die Teilchenoszillation nur in der x-y-Ebene auf und daher sind für die Beschreibung der Teilchenbewegung nur die Felder E_x, E_y und B_z relevant. Aufgrund dessen kann der relevante Satz an Maxwell-Relationen wie folgt geschrieben werden [12]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ B_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 0 & -c & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ B_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ B_z \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

Für die Berechnung werden nun die vorwärts- und zurücklaufenden Wellen für die x-Richtung

$$E_y^{\pm} = B_z \pm E_y \tag{4.2}$$

und für die y-Richtung

$$E_x^{\pm} = B_z \mp E_x \tag{4.3}$$

definiert. Die Entwicklung der neuen Felder erhält man aus Gl. (4.1). Beispielsweise ergibt die für E_x^+

$$\frac{\partial E_x^+}{\partial t} + c\frac{\partial E_x^+}{\partial y} = +\frac{1}{2}J_x \tag{4.4}$$

Die Differentialgleichungen für die vorwärts- und zurücklaufenden Felder können nun im Code gelöst werden. Um daraus die Felder des nächsten Zeitschrittes zu bestimmen, werden diese Felder unter Beachtung des Stromes in Ausbreitungsrichtung um eine Zelle vorwärts bzw. eine Zelle zurück kopiert. Aus der Superposition der vor- und zurücklaufenden Felder unter Beachtung der relevanten Stromkomponenten J ergeben sich dann die Felder zum nächsten Zeitschritt.

4.1.2 Numerische Dispersion

Wie schon in Abschnitt 4.1.1 angesprochen, werden die Maxwell-Gleichungen numerisch durch das „Directional-Splitting“-Verfahren gelöst. Aufgrund der numerischen Lösung treten Diskretisierungsfehler auf. Diese Fehler führen letztendlich zu einer ungenauen Beschreibung der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle. Das heißt, zur natürlichen Dispersion der Welle kommt noch eine numerisch geprägte Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit hinzu. Dieser Effekt wird als Numerische Dispersion bezeichnet.

Für das „Directional-Splitting“-Verfahren ergibt sich die numerische Dispersionsrelation zu

$$\cos \omega \triangle t = \frac{1}{2} \left(-1 + \cos k_x \triangle x \cdot \cos k_y \triangle y + \cos k_x \triangle x + \cos k_y \triangle y \right). \qquad (4.5)$$

Die genaue Herleitung der Gl. (4.5) kann in [12, S.7] nachvollzogen werden.
Der Effekt der numerischen Dispersion auf die Phasengeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

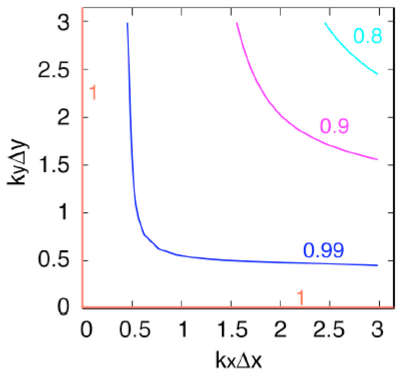

Abbildung 4.2: Phasengeschwindigkeit bei Verwendung des „Directional-Splitting“-Verfahrens, entnommen aus [12, S.9]

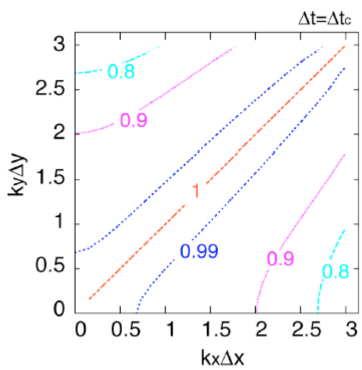

Abbildung 4.3: Phasengeschwindigkeit bei Verwendung der „FDTD“-Methode, entnommen aus [12, S.4]

Zum Vergleich wurde in Abbildung 4.3 die Numerische Dispersion für die „FDTD“-Methode dargestellt. Die zugehörige Dispersionsrelation findet man in [12, S.3].
Für Maxwell-Solver, die auf „Directional-Splitting“ basieren, wird durch Abbildung 4.2 deutlich, dass für die Feldpropagation entlang k_x bzw. k_y die Phasengeschwindigkeit der Welle nicht durch die numerische Dispersion beeinflusst wird. Für diese Ausbreitungsrichtung sollten die erhaltenen Dispersionsrelationen nicht durch numerische Effekte verändert werden. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Feldberechnung unter beliebigen Winkeln aufgrund der numerischen Dispersion fehlerbehaftet ist und es daher auch zu Fehlern auf den Achsen kommen kann.
Die in dieser Arbeit vorgestellten Routine (siehe Kapitel 5) zur Auswertung der Felddaten und damit zur Erzeugung der Dispersionsrelationen, ermöglicht die Auswertung der Daten entlang der k_x- und der k_y-Richtung. Ein erster wichtiger Punkt dieser Arbeit soll es sein, den Effekt der numerischen Dispersion auf die simulierten und ausgewerteten Sachverhalte zu analysieren.

4.2 Gridaufteilung auf die CPUs

Der PIC-Code liefert aufgrund seiner Zellenstruktur eine gute Möglichkeit, den anfallenden Rechenaufwand auf mehrere CPUs zu verteilen. Dabei wird die Simulation so gehandhabt, dass das gesamte Grid in kleinere Gebiete aufgeteilt wird. Ein Gebiet wird dann durch eine CPU berechnet. Die Aufteilung des simulierten Gebietes auf die CPUs wird in Abbildung 4.4 dargestellt.

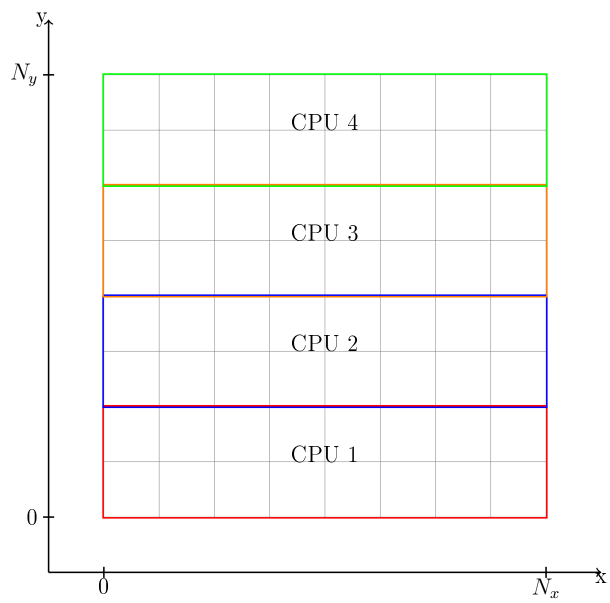

Abbildung 4.4: Aufteilung des Rechengebiets auf die CPUs

Jede einzelne CPU speichert die berechneten Daten in separaten Dateien, welche dann zur weiteren Verarbeitung bereitstehen. Für diese Arbeit war vor allem die Auswertung der

elektrischen Felder von Bedeutung. Diese Daten mussten jedoch zuerst zur gewünschten Form aufgearbeitet werden. In den durchgeführten Simulationen wurden pro Zeitschritt etwa 450 Megabyte Daten erstellt, wobei für die Auswertung jeweils 2048 Zeitschritte betrachtet wurden. Mit IDL konnte eine Verarbeitung von vier Gigabyte pro Stunde erzielt werden. Damit würde sich eine externe Auswertung der Felddaten im Bereich von zehn Tagen zusätzlich zur eigentlichen Simulation befinden.
Im Zuge dieser Arbeit wurde daher eine Routine geschrieben, welche die Auswertung direkt während der Simulation durchführt, um somit eine externe Verarbeitung zu umgehen. Diese Routine wird in Kapitel 5 eingeführt und erläutert.

5 Generierung der Dispersionsrelationen aus PIC-Simulationen

Ein Ziel dieser Arbeit soll es sein, aus PIC-Simulationen Dispersionsrelationen zu gewinnen. Dazu wurden die elektrischen Felder der durchgeführten Simulationen ausgewertet. Die relevanten Daten wurden durch den bestehenden PIC-Code für jede CPU und für jeden Zeitschritt in extra Dateien gespeichert. Für die Verarbeitung mussten diese Dateien durch externe Programme (zum Beispiel IDL) eingeladen, die Daten formatiert, Randzellendaten entfernt und notwendige Rechenoperationen zum Zusammenfassen der Daten durchgeführt werden. Insgesamt bedeutete dies einen zusätzlichen Zeitaufwand zur eigentlichen Simulation (Überblick in Tabelle 5.1), bevor die ersten Dispersionsrelationen betrachtet werden konnten. Die einzelnen Simulationsparameter für die in Tabelle 5.1 aufgeführten Simulationen werden in Kapitel 6 aufgeführt.

Simulation-Nr.	Simulation	Simulationsdauer	ausgewertete Zeitschritte	Datenvolumen pro Zeitschritt	externe Auswertung	Zeitaufwand
I	Plasma ohne Lasereinwirkung, 10 Teilchen pro Zelle	9h 46min	2048	117 Megabyte	IDL	$\sim$ 2.5 Tage
II	Plasma ohne Lasereinwirkung 100 Teilchen pro Zelle	10h 6min	2048	117 Megabyte	IDL	$\sim$ 2.5 Tage
III	Flaches Target	143h 20min	2048	465	IDL	$\sim$ 10 Tage

Tabelle 5.1: zeitlicher Aufwand bei externer Datenverarbeitung der Simulationsergebnisse

Um die zusätzliche Datenverarbeitung im Nachgang an die Simulation zu umgehen, wurde eine Routine in den bestehenden PIC-Code eingearbeitet, welche direkt während der Simulation die Felddaten verarbeitet und die nötigen Daten für die Dispersionsanalyse generiert.
In Abschnitt 5.1 wird dabei die allgemeine Vorgehensweise erläutert wie die Felddaten aus dem PIC-Code verarbeitet werden, um später die gewünschten Dispersionsdarstellungen erhalten zu können. Die Umsetzung des Verfahrens in den PIC-Code wird dann in Abschnitt 5.2 aufgezeigt.

5.1 Verarbeitung der Felddaten

Während einer Simulation liegen die Daten für die elektrischen Felder für das gesamte Grid pro Zeitschritt vor. Zur Verarbeitung stehen Feldwerte $E(x,y)$ für die jeweiligen Gridpositionen bereit. Um jedoch später die Dispersion von Wellenmoden auszuwerten, ist es notwendig die zeitliche Entwicklung der Felder betrachten zu können.
Ziel wird es daher sein die Felddaten über eine Ortskoordinate zu mitteln und diese gemittelten Daten über mehrere Zeitschritte zu speichern.

5.1.1 Analyse und Verarbeitung der durch den PIC-Code generierten Felddaten - Allgemeine Vorgehensweise

Für die Auswertung der Wellenmoden wird zunächst eine Auswertungsrichtung festgelegt. Die aktuell implementierte Routine lässt die Auswertung entlang der x-Achse (parallel) sowie entlang der y-Achse (senkrecht) zu. Anschließend kann die Auswertung für transversale und longitudinale Felder vorgenommen werden (parallele Auswertung: transversal $= E_y(x,t)$, longitudinal $= E_x(x,t)$). Dafür werden die Felddaten senkrecht zur Auswertungsrichtung gemittelt.
Für den Fall, dass die Auswertung in x-Richtung durchgeführt wird, wird somit über die y-Komponenten gemittelt. Somit wird für die Auswertung ein gemitteltes Feldarray erzeugt, welches nun nur noch von einer Raumkoordinate und der Zeit abhängt. Diese Daten können dann direkt Fourier transformiert werden, um vom Orts-Zeit-Raum in den ω-k-Raum zu gelangen.
Durch die Fouriertransformation erhält man die Daten im ω-k-Raum als Real- und Imaginärteil. Für die spätere Auswertung ist es von Bedeutung, welche Frequenzen mit welcher Intensität in der Simulation auftreten. Um diese Information zu erhalten betrachtet man das Powerspektrum, das Betragsquadrat der Fouriertransformation, der gemittelten Felddaten.

5.2 Umsetzung in den PIC-Code

5.2.1 Funktionsweise der Auswerteroutine

Um die Felddaten direkt während der Simulation zu verarbeiten wurde für den PIC-Code die Unterroutine dispersion.f geschrieben. Diese Routine ermöglicht die Mittelung der Felddaten in x- und y-Richtung (jeweils für transversale und longitudinale Felder). In den betrachten Simulationen können verschiedenen Phänomene in verschiedenen Raumbereichen des simulierten Gebietes auftreten. Um diese Vorgänge gesondert zu betrachten oder den Einfluss von anderen Vorgängen im Plasma zu minimieren, kann der Auswertungsbereich, in dem die Mittelung der Felddaten vorgenommen wird, frei gewählt werden. Für die Untersuchung der Plasmaentwicklung hinsichtlich dem Einfluss durch parametrische Instabilitäten wurde dies ausgenutzt, indem nur die Oberfläche eines Plasmas für die Auswertung betrachtet wurde (siehe Kapitel 6.2).
Die Routine rastert das Simulationsgebiet ab und mittelt die Feldkomponenten, sobald die Felddaten im gewünschten Bereich liegen. Dabei werden die Feldwerte addiert und für jede Addition ein Zählvariable hochgezählt. Die jeweilige Vorgehensweise, wie die Daten zusammengefasst werden, unterscheidet sich für die beiden Auswertungsrichtungen. Die Unterscheidung in der Verfahrensweise ist aufgrund der Rechenaufteilung auf mehrere CPUs notwendig und soll in den nachfolgenden Kapiteln erläutert werden.

5.2.2 Auswertung entlang der x-Richtung

Wird die Auswertung der Felddaten entlang der x-Achse betrieben, so wird über die y-Werte der Daten gemittelt. In Abbildung 4.4 sieht man, dass jede CPU ihren eigenen y-Bereich abdeckt, der x-Bereich jedoch bei allen CPUs identisch ist. Für die Auswertung ist es somit effektiv zunächst die Mittelung für jede CPU durchzuführen und dann die Daten zusammenzufassen. Für jede CPU liegt nach der Datenzusammenfassung ein Array mit den aufsummierten Feldern und ein Array mit den zugehörigen Zählvariablen vor. Das Zusammenfassen der Daten der einzelnen CPUs kann durch den MPI_REDUCE Befehl übernommen werden (Dokumentation [13]). Dabei werden die Daten durch eine Kopf-CPU in ein dafür vorgesehenes Array zusammengefasst. Schematisch ist die Mittelung in Abbildung 5.1 dargestellt.

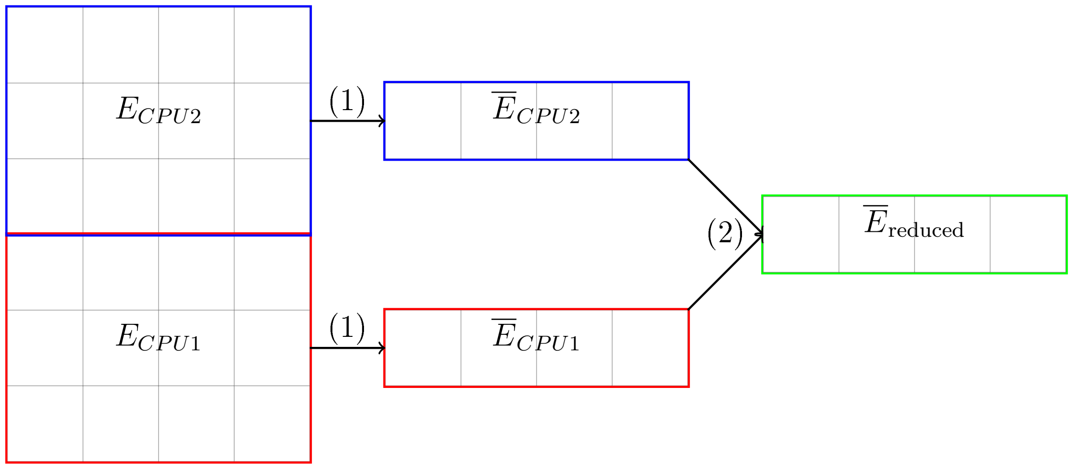

Abbildung 5.1: Datenverarbeitung bei Auswertung in x-Richtung, (1): Mittelung der Daten für jede einzelne CPU, (2): anschließend Datentransfer zu Kopf-CPU mittels MPI_REDUCE und Zusammenfassung der Daten

Die parallele Auswertung erfolgt innerhalb der vorher definierten Grenzen, also innerhalb des Gebietes zwischen x_1 und x_2. Diese Methode der Datenverarbeitung liefert somit pro Zeitschritt einen $(x_2 - x_1 + 1)$-dimensionalen Zeilenvektor.
Die gemittelten Daten werden dann Zeilenweise für die einzelnen Zeitschritte in eine Datei geschrieben.

5.2.3 Auswertung entlang der y-Richtung

Für die Auswertung entlang der y-Richtung wird über die x-Richtung gemittelt. Diese Mittelung geschieht auch hier für jede CPU separat. Die gemittelten Daten werden für jede CPU und für jeden Zeitschritt in Dateien geschrieben. Die vorliegenden Dateien können dann später zum Beispiel über IDL (siehe dafür Abschnitt 5.2.4) zusammengefasst werden. Die Datenverarbeitung in y-Richtung ist schematisch in Abbildung 5.2 dargestellt.

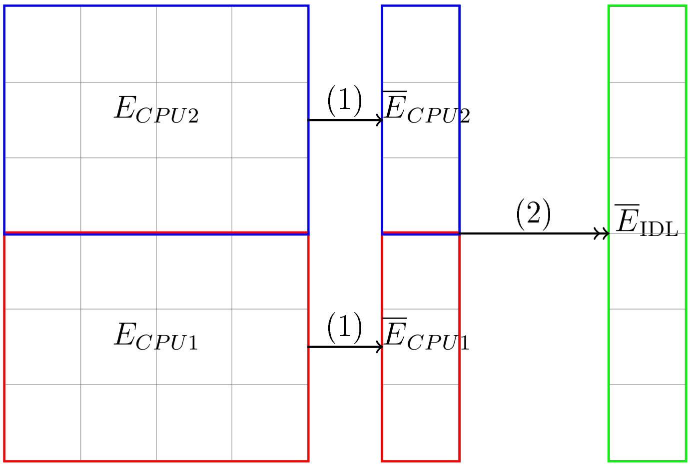

Abbildung 5.2: Datenverarbeitung bei Auswertung in y-Richtung, (1): Mittelung der Daten für jede einzelne CPU, (2): gemittelte Daten werden pro Zeitschritt und CPU in Dateien geschrieben, externe Zusammenfassung der Daten zu einem Array mittels IDL

Eine genaue Erläuterung der Routine am Programm-Code kann im Anhang in Kapitel 10.1 nachvollzogen werden.

5.2.4 Weitere Arbeitsschritte bis zur Dispersionsrelation

In Kapitel 5.2.3 wurde bereits angedeutet, dass die Daten der senkrechten Auswertung noch nachträglich zusammengefasst werden müssen, da die Daten für die einzelnen CPUs und für jeden Zeitschritt in extra Dateien geschrieben wurden. Diese Datenzusammenfassung wurde mittels eines IDL-Skriptes bewerkstelligt, welches im Anhang (Kapitel 10.2) dieser Arbeit zu finden ist. Über die Eingabe der für die Simulation verwendete CPU-Anzahl und den betreffenden Zeitbereich der Auswertung erstellt dieses Skript einen zweidimensionalen Datensatz $\overline{E}(\mathrm{Ort}, \mathrm{Zeit})$ der gemittelten Felddaten, welcher zur weiteren Verarbeitung genutzt werden kann.

Auch die weitere Datenverarbeitung wurde mit IDL durchgeführt. Die Routine dispersion.f liefert, wie in den vorhergehenden Kapiteln aufgezeigt, die gemittelten Felddaten als Datenarray der Form $\overline{E}\,(\mathrm{Ort}, \mathrm{Zeit})$. Ziel ist es jedoch eine Darstellung im ω-k-Raum zu erhalten. Hierfür ist es notwendig eine zweidimensionale Fouriertransforamtion mit den Daten durchzuführen.
Die Fouiertransformation wurde in dieser Arbeit mittels der FFT-Funktion in IDL durchgeführt (Dokumentation [14]).

6 Simulationen und Resultate

Das Auftreten von transversalen Oberflächenwellen in Plasmen wurde in [8] und [15] für ein flaches Target gezeigt. Um ein Auftreten der parametrischen Instabilität zu fördern wurde auch in dieser Arbeit ein flaches Plasmatarget ohne Vorplasma simuliert. Da die Plasmasimualtionen auf numerischen Modellen beruhen (siehe Kapitel 4) und somit numerische Effekte auftreten können, ist es zunächst wichtig diese numerischen Einflüsse abzuschätzen.
Hierfür wurde ein einfaches Plasma ohne die Einwirkung von externen elektromagnetischen Feldern simuliert und anhand dieser Simulationsdaten der Effekt der numerischen Dispersion und das Auftreten weiterer numerischer Artefakte analysiert.
Die Abschätzung des Einflusses der numerischen Dispersion ist notwendig, damit numerische Artefakte nicht fälschlicherweise als Physik interpretiert werden.

6.1 Plasma ohne Lasereinwirkung

Als einfachster Sachverhalt soll zunächst ein Plasma simuliert werden, auf das keine externen elektromagnetischen Felder wirken - Simulation I. Dieser Fall soll zum Einen dazu genutzt werden , um zu verifizieren, dass die in Abschnitt 5 vorgestellte Auswerteroutine die erwarteten Dispersionsrelationen generieren kann.
Zum Anderen soll dieser Sachverhalt genutzt werden, um zu beurteilen wie gut die physikalischen Dispersionen durch die Simulation, welche auf der „Directional-Splitting“ Methode basiert, wiedergegeben werden. Es soll der Einfluss der numerischen Dispersion auf die Resultate quantifiziert werden.
Bezüglich Plasmasimulationen welche auf der „FDTD“-Methode basieren wurde der Einfluss der numerischen Dispersion bereits in [16] betrachtet und kann zum Vergleich der hier erworbenen Ergebnisse herangezogen werden.

6.1.1 Simulationsparameter

In dieser Simulation wurde eine Box der Größe 2048 $\times$ 2048 Zellen simuliert, dabei entsprechen 1024 Zellen einem Mikrometer, also eine Laserwellenlänge λ_0. Die Definition der zugrunde liegenden Laserwellenlänge ist auch für diese Simulation ohne tatsächlichen Laserpuls notwendig, da somit die kritische Dichte $n_c = \omega_{\mathrm{L}}^2 \epsilon_0 m_e / q^2$ mit $\omega_{\mathrm{L}} = 2\pi \cdot c/\lambda_0$ definiert wird. Das simulierte Gebiet wurde homogen mit Teilchen befüllt. Jede Zelle wurde dabei mit zehn Ionen (Makroteilchen) initialisiert. Anschließend wurde die entsprechende Anzahl an Elektronen an die Ionenpositionen aufgefüllt. Die Simulation wurde für eine Dichte $n = 100 n_c$ durchgeführt, somit entspricht ein Makroteilchen ungefähr 10^{28} realen Elektronen. Die Eigenschaften der initialisierten Teilchen sind in Tabelle 6.1 und weitere Simulationsparameter in Tabelle 6.2 aufgelistet.

Teilchenspezies	Masse in (m_e)	Ladung in (e)	Anzahl Makroteilchen pro Zelle	thermische Energie in (eV)
1	3672.0	1.0	10	0
2	1.0	-1.0	10	1000

Tabelle 6.1: Teilchenparameter für Simulation I

Grid	
Zellen pro Mikrometer	1024
N_x	2048
N_y	2048
Vakuum vor Plasma	0
Randbedingungen x	periodisch
Randbedingungen y	periodisch
Plasma	
Plasmadicke d	$2\mu m$
Höhe h	$2\mu m$
Dichte	$100n_c$
Laser	
Wellenlänge λ_0	1 μm
Periode T_0	3.33 fs

Tabelle 6.2: Simulationsparameter für Simulation I

6.1.2 Auswertung

Für den simulierten Sachverhalt ist relevant welche Frequenzen mit welcher Intensität vorhanden sind. Die Phaseninformation ist für die getätigte Auswertung nicht von Bedeutung, daher wurden die Powerspektren, die Betragsquadrate der Fouriertransformierten der Feldverteilung, für transversale Wellen (Abbildung 6.1) und für longitudinale (Abbildung 6.3a) im Plasma untersucht.

Ein erster interessanter Aspekt lässt sich in Abbildung 6.1 erkennen, in welcher das Powerspektrum der transversalen Moden bei paralleler Auswertung (entlang x-Achse) dargestellt ist. Hierzu betrachte man die hergeleitete Dispersionsrelation für transversale Wellen im Plasma (Gl. (3.27)). Diese Relation ist in Abbildung 6.1 als rote gestrichelte Linie eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Dispersionsrelation aus der Simulation bis zu großen ω und k mit der hergeleiteten Relation übereinstimmt.
In Abbildung 6.2 wurde die Dispersion für transversale Wellen in einem kleineren k-Bereich dargestellt. Auch hier wurde die analytische Dispersionsrelation (Gl. (3.27)) als rote gestrichelte Linie hinzugefügt. Die Simulation liefert somit auch für kleine k die richtige Dispersion.
Aus dieser Übereinstimmung von Simulation und theoretischer Vorhersage, vor allem im Bereich großer k, lässt sich der Schluss ziehen, dass die numerischen Dispersion (siehe Kapitel 4.1.2) auf die simulierte Dispersion, wie zu erwarten, keine signifikante Auswirkung hat, da

die Auswertung entlang der x-Achse durchgeführt wurde und dort die Feldberechnung durch die „Directional Splitting“-Methode exakt ist.
Im Bereich kleiner k-Werte treten zusätzlich zu der erkannten Dispersion horizontale und vertikale Linien auf. Diese sind nicht physikalischer Natur, sondern können als numerische Artefakte identifiziert werden, deren Auftreten eventuell durch den Moiré-Effekt aufgrund der Verwendung periodischer Randbedingungen erklärt werden kann.

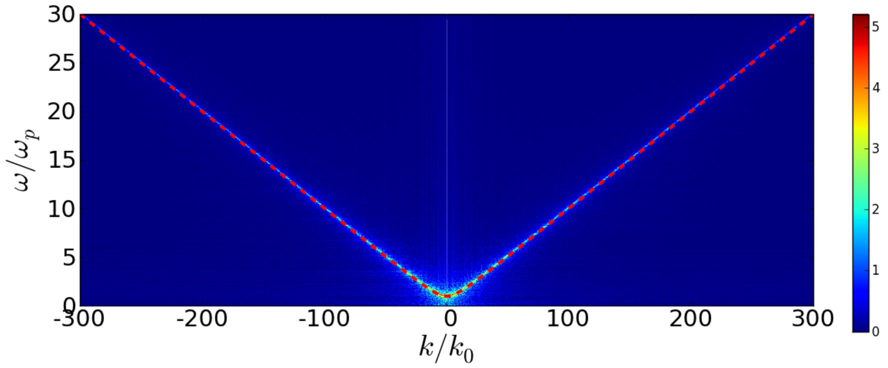

Abbildung 6.1: Powerspektrum transversaler Moden im ω-k-Raum, Simulation I, Dispersionsrelation transversaler Moden (Gl. (3.27)) als rote gestrichelte Linie

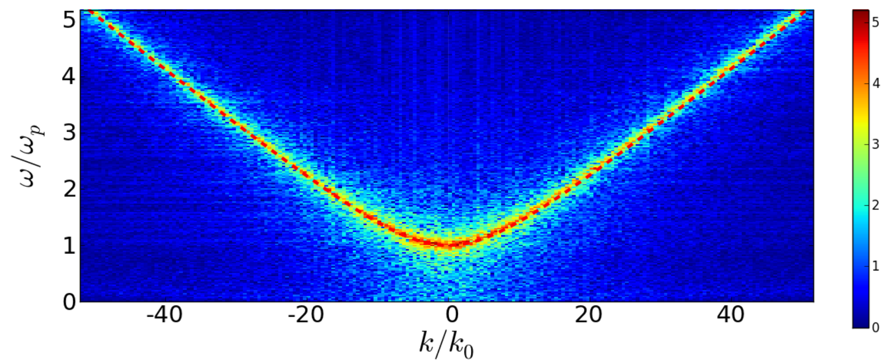

Abbildung 6.2: Powerspektrum transversaler Moden im ω-k-Raum, Simulation I, von Gl. (3.27) erwartete Dispersionsrelation gestrichelte rote Linie

In Abbildung 6.3 a) wurde das Powerspektrum der longitudinalen Wellenmoden bei paralleler Auswertung in der Plasmabox dargestellt. Zur Orientierung wurden die Lichtkegelkoordinaten (rote Punkt-Strich Linie) und die Dispersionsrelation für longitudinale Wellen als grüne gestrichelte Linie (vergleiche Gl. (3.26)) in die Darstellung eingezeichnet.
Der Fit der Relation für die longitudinalen Wellenmoden wurde mit der thermischen Geschwindigkeit aus den Anfangsbedingungen der Simulation durchgeführt. Für den Bereich um $k = 0$ wird diese Relation gut von der Simulation reproduziert.

Für größere k-Werte treten vermehrt weitere Frequenzen auf. Diese Frequenzen bleiben auch erhalten, wenn man das gleiche Simulationssetup mit ortsfesten Ionen durchführt. Jedoch nimmt die Intensität der zusätzlichen Frequenzen ab, sobald die Anzahl der Makroteilchen pro Zelle erhöht wird. In Abb. 6.3 sind die Powerspektrum für longitudinale Moden bei paralleler Auswertung der Plasmabox für zehn (Simulation I) und hundert Teilchen (Simulation II) pro Zelle im Vergleich zu sehen.

Die zusätzlichen Frequenzen können dadurch erklärt werden, dass für größere k-Bereiche, d.h. auf kleinen Ortsskalen, die Teilchenanzahl pro Zelle nicht mehr ausreicht um das Verhalten des Plasmas wiederzugeben und statt dessen das Verhalten der einzelnen Teilchen das Powerspektrum beeinflusst.

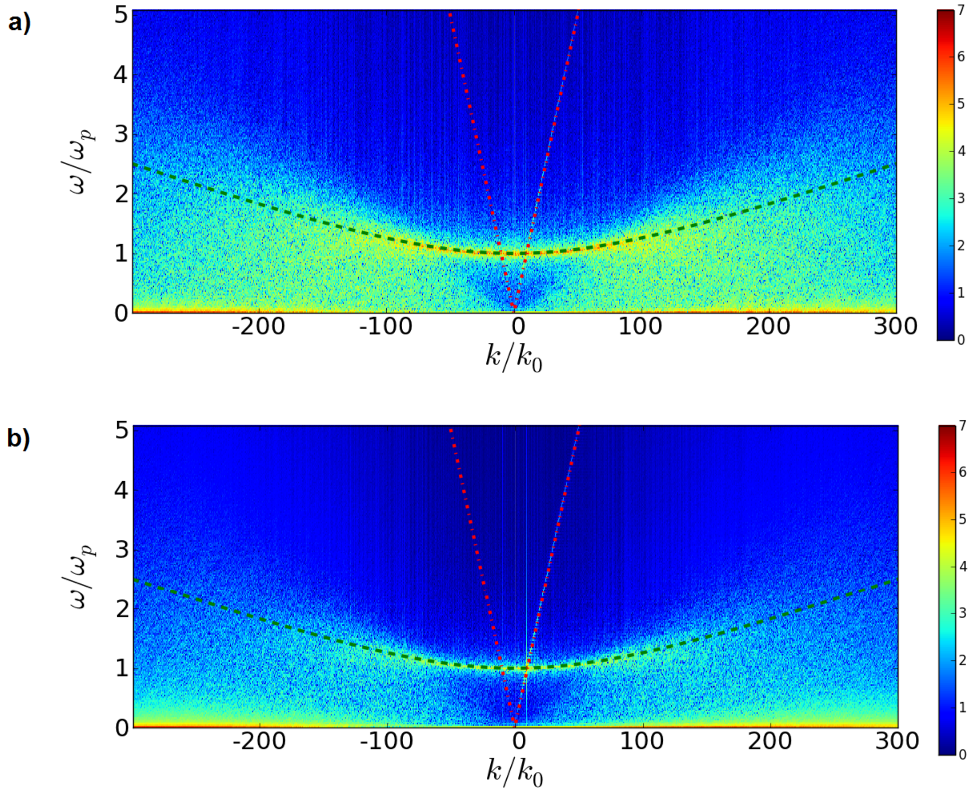

Abbildung 6.3: a) Powerspektrum longitudinaler Moden im ω-k-Raum bei zehn Makroteilchen pro Zelle (Simulation I), von Gl. (3.26) erwartete Dispersionsrelation gestrichelte grüne Linie, Lichtkegel als rote Strich-Punkt Linie **b)** Powerspektrum longitudinaler Moden im ω-k-Raum bei hundert Makroteilchen pro Zelle (Simulation II)

6.2 Flaches Target unter zentralen Laserbeschuss

6.2.1 Simulationsparameter

Als weiterer Sachverhalt wurde ein flaches Target in einer Box der Größe 4096×4096 simuliert - Simulation III. Dabei entsprechen 1024 Zellen einer Laserwellenlänge.
Das Target wurde als Stufenfunktion definiert und besitzt eine Ausdehnung von zwei Wellenlängen, sowie eine Dichte von $n = 100n_c$. Weitere Informationen zum Target und zu weiteren Simulationsparametern können aus Tabelle 6.3 entnommen werden. Durch die Wahl eines großen Ladung-zu-Masse Verhältnisses, eines scharfen Dichtegradients aufgrund des stufenförmigen Targets und einer moderaten Dichte sind die Parameter so gewählt, dass das Auftreten der parametrischen Instabilität im Plasma beobachtet werden kann.

Grid	
Zellen pro Mikrometer	1024
N_x	4096
N_y	4096
Vakuum vor Target	1024
Randbedingungen x	absorbierend
Randbedingungen y	periodisch
Target	
Form	Stufenförmig
Targetdicke	$2\mu m$
X Position des Targets	$1\mu m$
Dichte	$100\ n_c$
Laser	
Wellenlänge λ_0	$1\ \mu$m
Periode T_0	3.33 fs
τ_1	$4\ T_0$
τ_2	$19\ T_0$
τ_3	$27.63\ T_0$

Tabelle 6.3: Simulationsparameter

Um die Entwicklung von Effekten abschätzen zu können, welche aufgrund von Instabilitäten entstehen, wurde diese Targetanordnung für verschiedene Laserintensitäten simuliert. Es wurden hierfür Simulationen mit $a_0 = 0.5, 1, 3, 5, 10$ durchgeführt. Der Einfluss der parametrischen Instabilität und die Entwicklung von Oberflächenwellen ist für schwach-relativistische Laserintensitäten erklärt [8], [15] und soll durch die Simulation bei $a_0 = 0.5$ untersucht werden. Für Hochleistungslaser, wie sie zum Beispiel in der Laser-Ionen-Beschleunigung verwendet werden, liegen die Intensitäten im relativistischen Bereich. Die Entwicklung der Instabilitäten bei diesen Intensitäten soll mit den Simulationen mit $a_0 \geq 1$ analysiert werden.
Für den ausgewählten Sachverhalt des flachen Targets ist vor allem die Targetoberfläche von großem Interesse, da hier der Einfluss der parametrischen Instabilität und die resultierende

Entstehung von Oberflächenwellen beobachtet werden kann.
In der Analyse der Daten wird sich daher auf die Auswertung der Felddaten entlang der Oberfläche, d.h. entlang der y-Achse, konzentriert, um Effekte durch transversale Oberflächenwellen zu untersuchen.
Dazu wurde für die senkrechte Mittelung der Felddaten nur der Boxbereich von $x_1 = 979$ bis $x_2 = 1229$ und von $y_1 = 0$ bis $y_2 = 4096$ betrachtet. Diese Wahl berücksichtigt, dass die Targetoberfläche aufgrund der Lasereinwirkung entlang der Strahlachse (x-Achse) zu oszillieren beginnt. Die Targetoberfläche ist initial bei $x_{\mathrm{TO}} = 1024$. Um die Grenzen für die Auswertung festzulegen wurde für die relevanten Zeiten die Dichteverteilung der Box entlang der Strahlachse aufgezeichnet. In Abbildung 6.4 sind die gemittelten Dichtedaten der Simulation mit $a_0 = 10$ für den Zeitraum der Auswertung dargestellt. Hier ist aufgrund der relativistischen Laserintensität mit der größten Ortsänderung der Oberfläche zu rechnen. Die Grenzen des gewählten Auswertungsgebietes für die Felddaten sind als grüne Linien eingezeichnet. Für die Auswertung wurden die Grenzen so gewählt, dass die Targetoberfläche immer im Auswertungsbereich liegt.

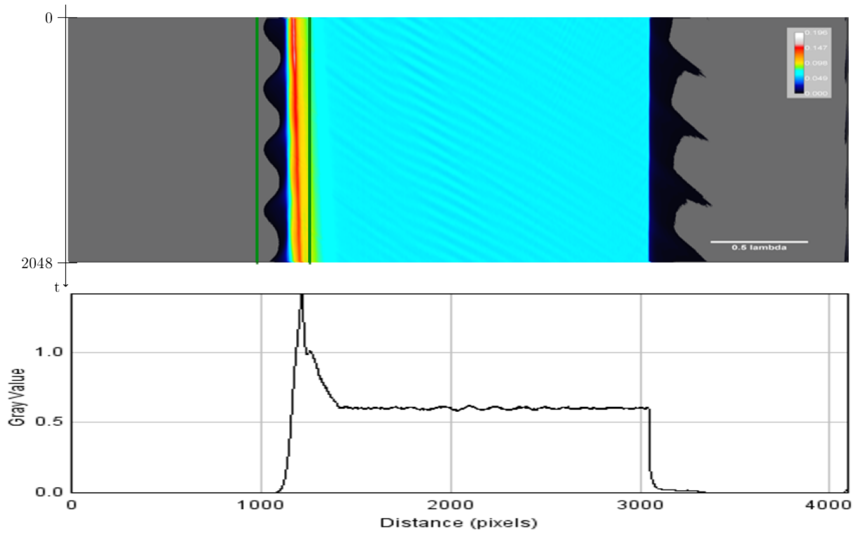

Abbildung 6.4: Dichteverteilung entlang x-Achse für Simulation III und $a_0 = 10$, gemittelt in y-Richtung der Box, grüne Linien begrenzen Auswertungsbereich der Feldanalyse

6.2.2 Auswertung

Wie bereits in Kapitel 6.2.1 angesprochen wurde das Setup des flachen Targets für verschiedene a_0 simuliert. Beginnend soll die Simulation mit $a_0 = 0.5$ analysiert und weiterführend die Entwicklung der Powerspektren bei höheren Laserintensitäten verfolgt werden. Nachfolgend werden die transversalen Moden bei senkrechter Auswertung betrachtet.

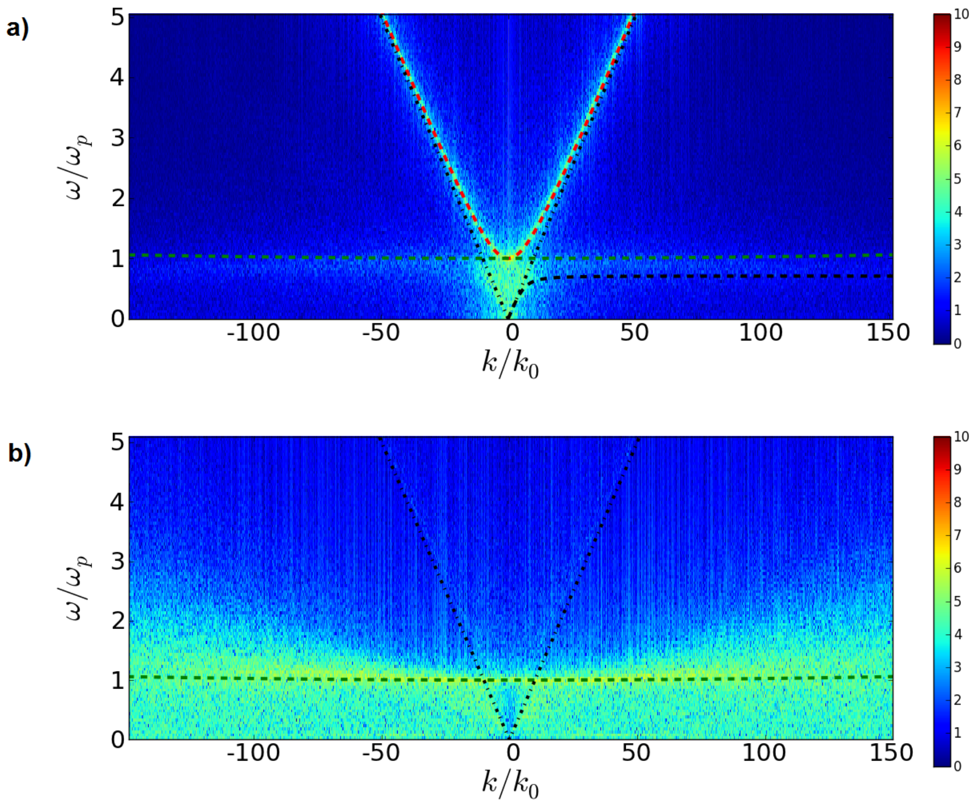

Abbildung 6.5: a) Powerspektrum transversaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Simulation III: $a_0 = 0.5$, Dispersionsrelation transversaler Wellenmoden als rot gestrichelte Linie, longitudinale Wellenmoden grün gestrichelte Linie, transversale Elektronen-Oberflächenwellen schwarz gestrichelte Linie **b)** Powerspektrum longitudinaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Dispersionsrelation longitudinaler Wellenmoden als grün gestrichelte Linie, Lichtkegel schwarze Strich-Punkt Linie

Das Powerspektrum für die Simulation mit $a_0 = 0.5$ ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Die Auswertung der Daten erfolgte hier im Bereich zwischen 41.62 T_0 bis 43.62 T_0. Die Periodendauer T_0 entspricht 1024 Zeitschritten in der Simulation. In diesem Zeitbereich befindet sich das Lasermaximum an der Targetoberfläche. Der gleiche zeitliche Auswertungsbereich wurde auch für die nachfolgenden Intensitäten verwendet.
Trifft der Laser auf die Folienoberfläche wird er zum einen an der Oberfläche reflektiert und zum anderen wird ein Teil vom Plasma absorbiert und dringt als evaneszente Welle in das Plasma ein. Somit kommt es zur Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Plasma, welche durch die Gl. (3.27) beschrieben wird. In Abbildung 6.5a ist diese theoretische Dispersionsrelation als rot gestrichelte Linie eingezeichnet und es wird deutlich, dass die Simulation eben diese Dispersion reproduziert. Die Absorption des Laserpulses findet bei der Plasmafrequenz ω_p^0 statt.
Für ein einfaches Plasma, wie in Kapitel 6.1 wäre dies die einzig zu erwartende Dispersion bei Auswertung der transversalen Felder. Es wird jedoch ersichtlich (Abb. 6.5a), dass noch weitere Frequenzen entlang und unterhalb der Plasmafrequenz ω_p^0 angeregt werden. Die aufkommende Frage besteht darin, durch welche Prozesse diese zusätzlichen Frequenzmoden erzeugt werden. Zunächst soll die Frequenzlinie auf Höhe der Plasmafrequenz ω_p^0 untersucht und erklärt werden. Diese Dispersion (grün gestichelte Linie) ist ebenfalls gut in den Powerspektren mit $a_0 = 1$ (Abb. 6.7a) und $a_0 = 3$ (Abb. 6.8a) zu sehen. Für die Simulation mit $a_0 = 5$ (Abb. 6.10a) ist diese Dispersion aufgrund weiterer Frequenzen und Verschmierung kaum noch zu erkennen, und für $a_0 = 10$ (Abb. 6.11) ist sie nicht mehr aufzulösen.
Das Auftreten dieser Dispersion kann durch die Plasmakante, wie sie in Abbildung 6.4 zu sehen ist, erklärt werden. Im Plasma bilden sich aufgrund der Lasereinwirkung elektrostatische Moden aus. Dieses können sich im Plasma in verschiedene Richtungen ausbreiten, wobei die Schwingungsrichtung parallel zur Ausbreitung der Wellen liegt. Damit können durch die elektrostatischen Wellen im Plasma nur Felder in Ausbreitungsrichtung generiert werden.
An der Plasmaoberfläche ist die Elektronendichte entlang der Oberfläche transversal moduliert. Durch diese Modulation erzeugen die vorhandenen Plasmaoszillationen Streufelder im Bereich der Oberfläche (siehe Abbildung 6.6). Durch die Streufelder an der Plasmaoberfläche werden also auch transversale Feldkomponenten erzeugt. Diese Komponenten liefern in der Betrachtung der Powerspektren genau die Dispersionsrelation der elektrostatischen Wellen, da sie an die longitudinalen Moden im Plasma koppeln.

Für $a_0 = 1,\ 3,\ 5$ (Abb. 6.7a - 6.10a) sind die Dispersionsarme für die elektrostatische Oszillation ebenfalls vorhanden. Bei genauerer Betrachtung erkennt man, dass sich die Krümmung dieser Arme mit zunehmender Laserintensität erhöht. Dies ist bei Betrachtung der Gl. (3.26) auf eine Änderung der Temperatur der Plasmaelektronen zurückzuführen.
Für die Simulationen bei Laserintensitäten $a_0 = 0.5$, 1, 3 und 5 wurde in die Darstellung der Powerspektren die Dispersionsrelationen für die elektrostatischen Oszillationen durch die theoretisch erwarteten Relationen angeglichen. Für die Anpassung wurde der Bereich

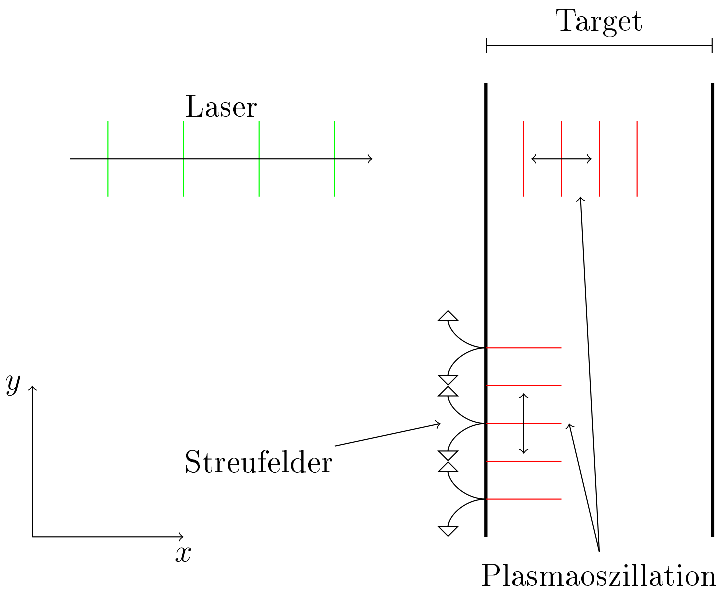

Abbildung 6.6: Anregung von Plasmaoszillationen (rot) im Target durch Laser (grün), Plasmaoszillation entlang y-Achse produziert Streufelder an der Plasmakante mit transversalem Anteil

von $k = -50, ..., 50$ gewählt, da in diesem Bereich die Auflösung der Dispersion am größten ist. Zur Anpassung wurde dann die thermische Geschwindigkeit in Gl. (3.26) so variiert, dass die angepasste Kurve mit dem Simulationsresultat überein stimmt. Für die Fehlergrenzen wurde an den Stellen $k = -50$ und $k = 50$ das Maximum für den relevanten Dispersionsarm bestimmt und die Grenzen auf ± 1 bezüglich diesem Maximalwert festgelegt. Für diese festgelegten Grenzen wurde erneut die zugehörige Temperatur bestimmt und somit der Temperaturschwankungsbereich ermittelt. Aus dieser Kurvenanpassung erhält man die Temperatur der Elektronen an der Plasmaoberfläche. Für die Simulation mit $a_0 = 0.5$, 1, 3 und 5 wurden die Temperaturen in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass der untersuchte Dispersionsarm für die Simulation mit $a_0 = 5$ nur schwach aufgelöst ist, und die Dispersion nur grob approximiert wurde. Für die Simulation mit $a_0 = 10$ konnte dieser Dispersionsarm nicht mehr aufgelöst werden. Daher wurde hier keine Approximation durchgeführt. Zu allen Simulationen wurden auch die longitudinalen Moden ausgewertet

Laserintensität a_0	Temperatur (Plasmaelektronen) in eV
0.5	$\sim 100 \pm 100$
1	$\sim 1600 \pm 500$
3	$\sim 3600 \pm 500$
5	$\sim 5700 \pm 900$

Tabelle 6.4: Oberflächentemperatur des Plasmas bei verschiedenen Laserintensitäten, Temperatur aus Fit der dargestellten Powerspektren

(siehe jeweilige Abb. Teil b). Die Betrachtung der auftretenden Dispersionsarme ergab wie zu erwarten ähnliche Temperaturen wie für die transversalen Felder.

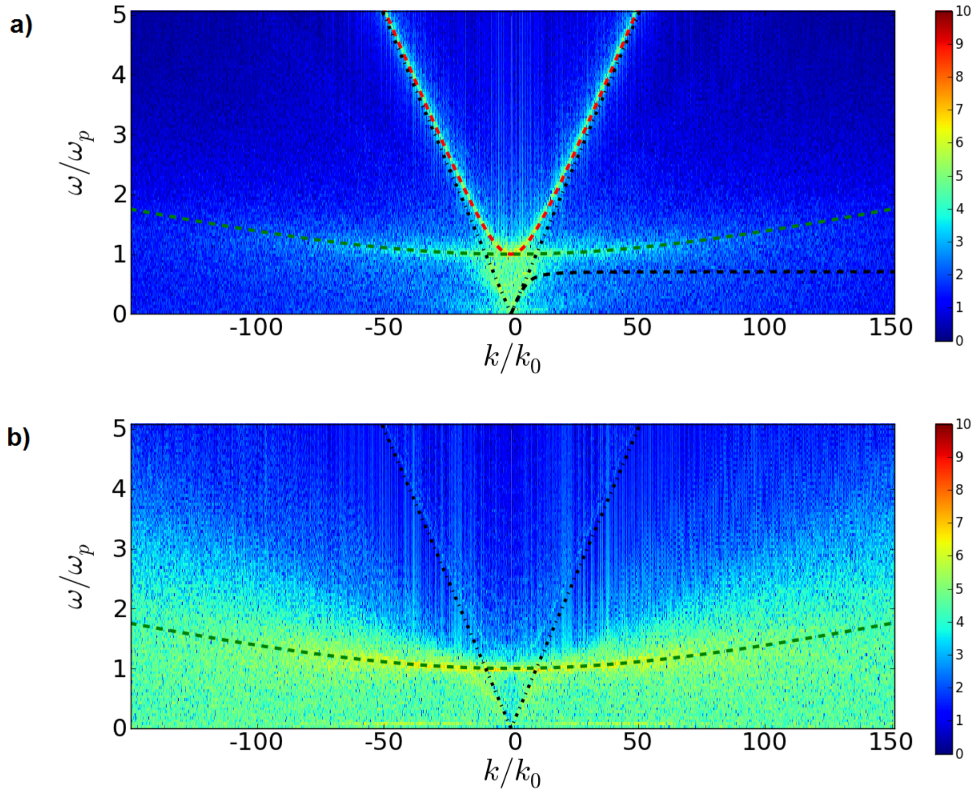

Abbildung 6.7: a) Powerspektrum transversaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Simulation III: $a_0 = 1$, Dispersionsrelation transversaler Wellenmoden als rote gestrichelte Linie, longitudinale Wellenmoden grün gestrichelte Linie, transversale Elektronen-Oberflächenwellen schwarz gestrichelte Linie **b)** Powerspektrum longitudinaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Dispersionsrelation longitudinaler Wellenmoden als grün gestrichelte Linie, Lichtkegel schwarze Strich-Punkt Linie

Bisher konnten die für ein kaltes, stabiles Plasma erwarteten Dispersionsrelationen für transversale elektromagnetische und elektrostatische Wellen nachgewiesen werden. Beide Dispersionen haben die Eigenschaft, dass sie erst bei ab einer Grenzfrequenz, der Plasmafrequenz ω_p, einsetzen.

Es ist jedoch auffällig, dass auch Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz in den Powerspektren auftreten. Ein Auftreten von Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz konnte ebenfalls in Abb. 6.3 beobachtet werden. Jedoch traten diese Frequenzen für kleinere Phasengeschwindigkeiten ω/k auf und konnten auf die geringe Anzahl von Teilchen pro Zelle zurückgeführt werden. Daher sollte die Ursache dieser Frequenzbereiche in den Simulationsresultaten des flachen Targets eine andere sein.

Die Auswertung dieser Frequenzen ergab, dass ihre Entstehen durch die parametrische Instabilität und den dadurch auftretenden Zerfall der Plasmaoszillation in Oberflächenwellen erklärt werden könnte. Zur Orientierung wurde daher in Abb. 6.5a die entsprechende Dispersionsrelation für Oberflächenwellen eingezeichnet.

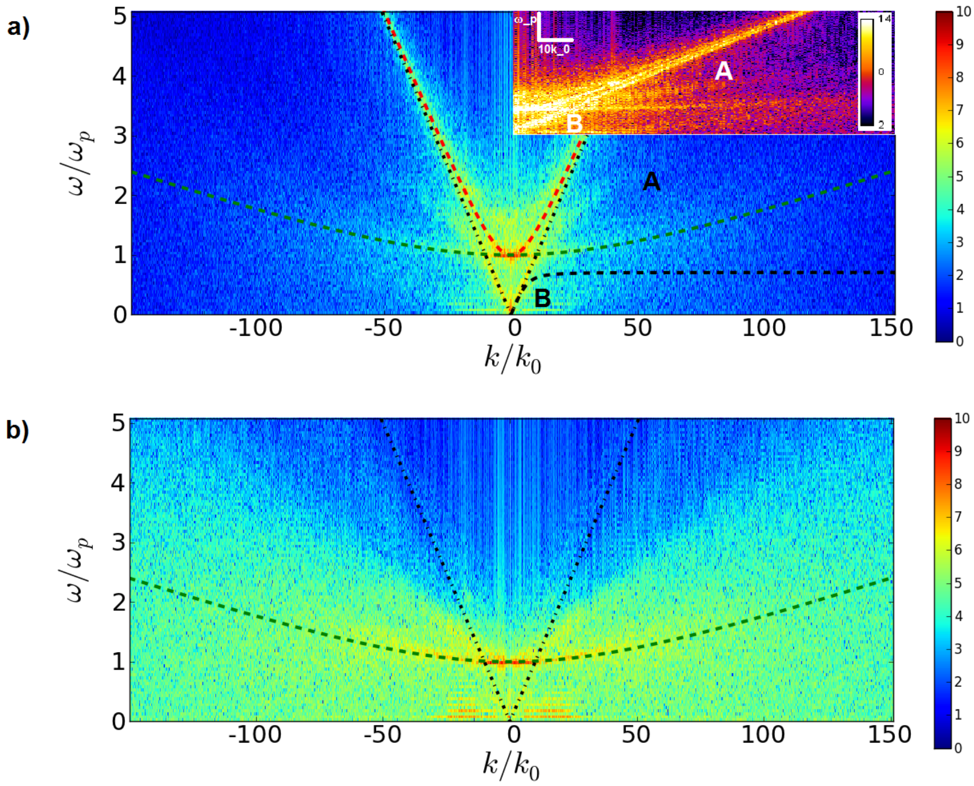

Abbildung 6.8: a) Powerspektrum transversaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Simulation III: $a_0 = 3$, Dispersionsrelation transversaler Wellenmoden als rote gestrichelte Linie, longitudinale Wellenmoden grün gestrichelte Linie, transversale Elektronen-Oberflächenwellen schwarz gestrichelte Linie **b)** Powerspektrum longitudinaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Dispersionsrelation longitudinaler Wellenmoden als grün gestrichelte Linie, Lichtkegel schwarze Strich-Punkt Linie

Im Bereich für kleine k-Werte beschreibt diese theoretische Vorhersage die Simulationsresultate recht gut. Jedoch ist eine differenzierte Analyse für höhere k-Werte nicht möglich, da dort die Trennung von der Dispersion der elektrostatischen Wellen nicht durchzuführen ist.

Geht man jetzt zu relativistischen Laserintensitäten über, erkennt man zunächst, dass sich die Intensitäten der hier betrachteten Frequenzen erhöhen. Die bisher gefunden Dispersionen für elektromagnetische und elektrostatische Wellen bleiben auch bei höheren Intensitäten erhalten.
In Abb. 6.8 wurden mit A und B zwei sehr interessante Bereich markiert, welche mit dem Auftreten der parametrischen Instabilität in Verbindung gebracht werden können. Vergleicht man das Powerspektrum für $a_0 = 3$ mit den Spektren bei niedrigerer Laserintensität, dann erkennt man, dass sich nun im Gebiet A erhebliche Intensität befindet. Bei genauerer Betrachtung dieses Bereiches lässt sich feststellen, dass der Anstieg dieses Dispersionarmes für größere k-Werte abnimmt. Somit kann dieser Bereich nicht von elektrostatischen Wellen stammen. Jedoch entspricht der Verlauf hinsichtlich der Krümmungsrichtung qualitativ in etwa dem theoretisch vorhergesagten Verhalten der Dispersionsrelation der Oberflächenwellen (Gl. (3.34)). Die Gl. (3.34) beschreibt den genauen Verlauf der Dispersion für Oberflächenwellen jedoch nur für den nicht-relativistischen Fall. Man kann also annehmen, dass der Arm A die Verlängerung des Arms B ist, also den bereits im nicht-relativistischen Fall besprochenen Oberflächenwellen zuzuordnen ist.
Ein weiterer wichtiger Punkt besteht darin, dass der in Abb. 6.8 mit A bezeichnete Frequenzbereich oberhalb der Plasmafrequenz verläuft. Indentifiziert man diesen Bereich mit Oberflächenwellen, bedeutet dies, dass diese Wellenmoden in einem weiten Frequenzbereich generiert werden.
Dies würde bedeuten das bei relativistischen Laserintensitäten eine Vielzahl von Oberflächenwellen bei verschiedenen Frequenzen entstehen können. Stellt man sich die Dispersionsrelationen für verschiedene Erregerfrequenzen einmal dar, wie es in Abb. 6.11 mit Vielfachen $\omega_\mathrm{p}/\sqrt{2}$ getan wurde, sieht man, dass es für kleine k-Werte einen Überschneidungsbereich der Relationen gibt. Würden höhere harmonische der resonanten Oberflächenwellen erzeugt werden, würde im Powerspektrum eine Intensitätssteigerung in diesem Überschneidungsbereich zu erwarten sein. Eine genau solche Steigerung der Intensität lässt sich in Abb. 6.8 Bereich B erkennen.
Für die Laserintensitäten $a_0 = 5$ und 10 werden die eben genannten Effekte noch verstärkt. In Abbildung 6.10a bilden sich schon starke Intensitätsmaxima aus, jedoch kann man noch einzelne Dispersionsarme, wie zum Beispiel die Dispersion elektrostatischer Wellen, grob auflösen. Beim Übergang zu $a_0 = 10$ ist eine Ausflösung einzelner Dispersionsarme nicht mehr möglich. Jedoch ist ein ausgedehntes Maximum um $k = 10 \cdot k_0$ in Abb. 6.11 zu sehen. Zusätzlich sind in diese Abbildung die Dispersionsrelationen der Oberflächenwellen

bei verschiedenen Erregerfrequenzen eingezeichnet. Man kann hier sehr gut erkennen, dass der Überschneidungsbereich dieser Relationen im Bereich des Maximums liegt. Dies legt den Schluss nahe, dass für $a_0 = 10$ viele Oberflächenwellen bei verschiedenen Frequenzen generiert werden und dieses Maximum definieren.

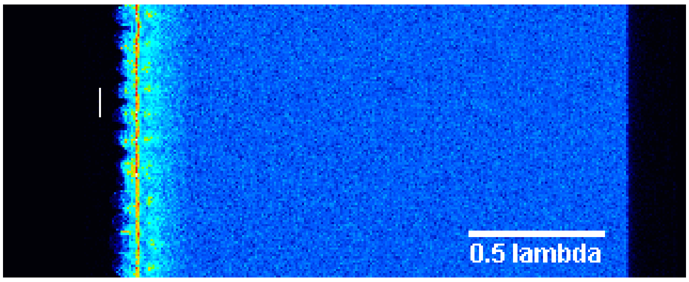

Abbildung 6.9: Dichteverteilung bei Laser-Target Simulation (III) mit $a_0 = 10$ bei $T = 43.63 \cdot T_0$, senkrechter weißer Strich beschreibt räumliche Periode λ_s der Oberflächenstruktur und entspricht $\lambda_s \approx \frac{1}{12}\lambda_0$

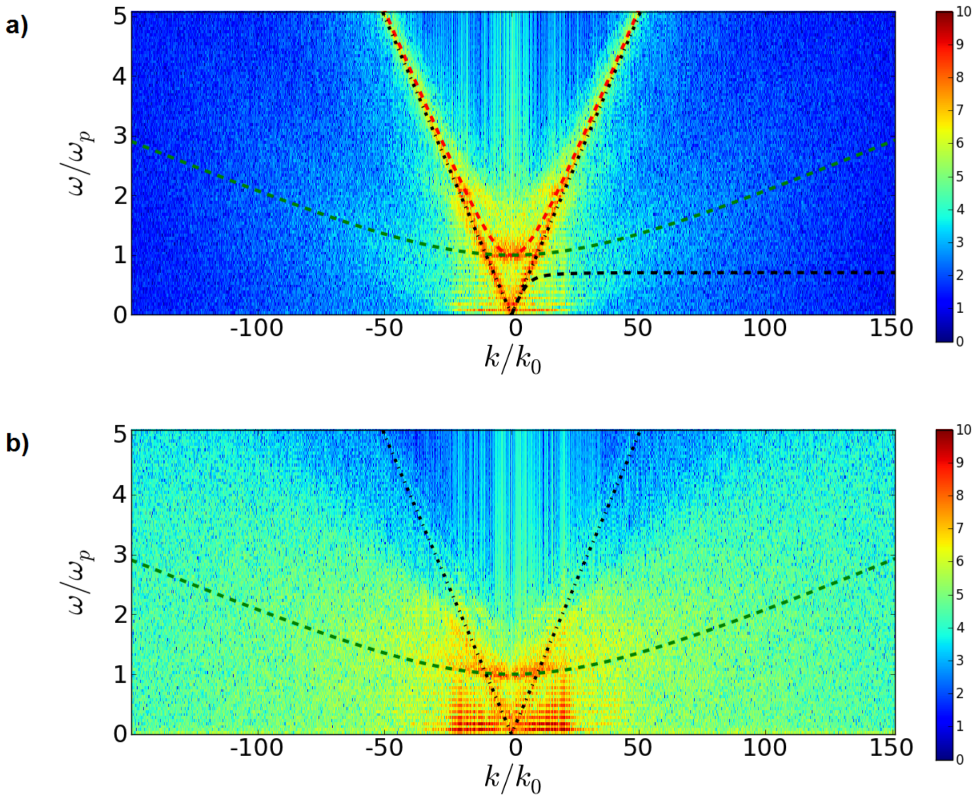

Abbildung 6.10: a) Powerspektrum transversaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Simulation III: $a_0 = 5$, Dispersionsrelation transversaler Wellenmoden als rote gestrichelte Linie, longitudinale Wellenmoden grün gestrichelte Linie **b)** Powerspektrum longitudinaler Wellenmoden, senkrechte Auswertung, Dispersionsrelation longitudinaler Wellenmoden als grün gestrichelte Linie, Lichtkegel schwarze Strich-Punkt Linie

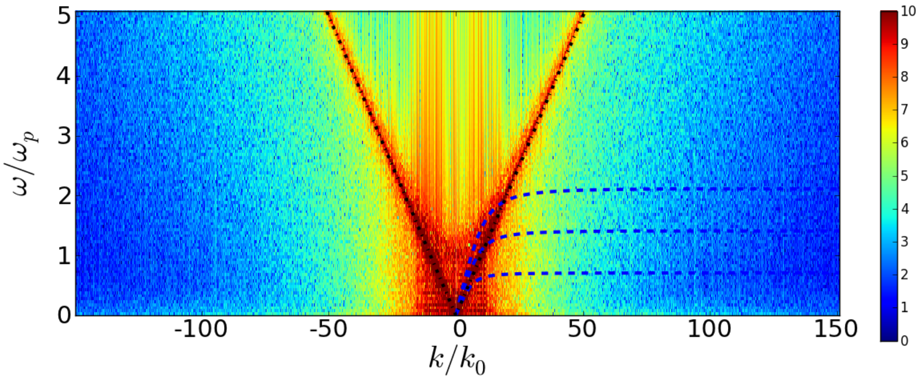

Abbildung 6.11: Powerspektrum transversaler Wellenmoden, Auswertung entlang y-Achse, Simulation III: $a_0 = 10$, Dispersionsrelation Elektron-Oberflächenwellen blau gestrichelte Linien

Die Oberflächenwellen können als eine Ursache zur Oberflächenstrukturierung und zur Ausbildung einer Filamentstruktur herangezogen werden. Die typische Filamentstruktur wurde für die Laserintensität $a_0 = 10$ in Abbildung 6.9 dargestellt. Für den dargestellten Fall hat die Oberflächenstruktur eine räumliche Periode von $0.083 \cdot \lambda_0$ (wobei λ_0 die Laserwellenlänge ist). Dies entspricht im ω-k-Raum einem Wellenvektor von ungefähr $k = 12 \cdot k_0$. In Abbildung 6.11 wurde wie bereits erwähnt ein Frequenzmaximum um $k = 10 \cdot k_0$ festgestellt. Das die räumliche Periode der Oberflächenstruktur im Bereich des Maximums der erhaltenen Simulation liegt verstärkt weiter die Vermutung, dass dieses Maximum durch das Auftreten von Oberflächenwellen generiert wird.

Die bisher betrachteten Oberflächenwellen können einem Zerfall der angeregten Plasmaoszillation mit der Plasmafrequenz ω_p zugeordnet werden. Für relativistische Intensitäten tritt im Plasma verstärkt die, durch den magnetischen Anteil der Lorentz-Kraft hervorgerufene, $2\omega_0$-Schwingung auf. In [8] wird für Laserintensitäten mit $a_0 \geq 1$ ein Ansteigen des $2\omega_0 \to \omega_0 + \omega_0$ Zerfalls vorhergesagt. Indizien dafür lassen sich in den Abbildungen 6.8b, 6.10b und 6.11 sehen. Dort treten mit zunehmender Laserintensität Frequenzen im Bereich der Laserfrequenz ω_0 auf. Der Bereich um die Laserfrequenz ist in den durchgeführten Simulationen jedoch nicht hoch aufgelöst, wodurch eine genauere Analyse dieses Frequenzbereiches nicht möglich ist. Für eine weitere Betrachtung dieses Bereiches müssen Simulationen durchgeführt werden, welche eine Auswertung des behandelten Sachverhalts über einen größeren Zeitraum ermöglichen.

7 Einordnung der Resultate

In der Arbeit wurde ein Simulationscode verwendet, welcher auf der Methode des „Directional Splittings“ beruht. Für dieses Lösungsverfahren wurde für die Wellenpropagation im Vakuum bereits nachgewiesen, dass die numerische Dispersion entlang der Auswertungsrichtungen k_x und k_y keine signifikante Rolle spielt [12].
In der Arbeit konnte durch die Simulation eines Plasmas ohne Lasereinwirkung, siehe Kapitel 6.1, gezeigt werden, dass die numerische Dispersion auch im Plasma entlang der Richtungen k_x und k_y vernachlässigt werden kann.
Im Zuge der Auswertung der einfachen Simulation des Plasmas, konnte auch die Funktionstüchtigkeit der in der Arbeit verfassten Auswerteroutine getestet werden. Diese lieferte die theoretisch erwarteten Dispersionen in sehr guten Maß zurück, was zum einem für das Funktionieren der Routine spricht und zum anderen für die hohe Genauigkeit des Simulationscodes, da die signifikanten Dispersionsrelationen gut reproduziert werden.
In der Auswertung der Laser-Target Simulationen war die Fähigkeit, die grundlegenden Dispersionsrelationen gut darstellen zu können von großer Bedeutung. Nur so konnte das Auftreten von neuen unbekannten Dispersionen erkannt und analysiert werden.
So konnte für geringe Laserintensitäten sehr gut die Oberflächenoszillation des Targets nachgewiesen werden. Durch die Dispersionsrelation hat man weiterhin ein Werkzeug die Temperatur an der Targetoberfläche zu bestimmen.
Weiterführend konnten Hinweise auf die Existenz von Oberflächenwellen aus dem Zerfall der Plasmaoszillation im ω-k-Raum gefunden werden (Kapitel 6.2) die mit dem Auftreten der parametrischen Instabilität erklärt werden könnten. Vor allem im Übergangsbereich zu relativistischen Intensitäten wurde hier ersichtlich, dass die durch die parametrische Instabilität erzeugten Oberflächenwellen vermutlich bei mehreren Frequenzen erzeugt werden. Das damit identifizierte Intensitätsmaximum im Powerspektrum liegt in einem Wellenlängenbereich dessen Größenordnung sich auch in der Periodizität der Oberflächenstruktur wiederfinden lässt. Dies lässt vermuten, dass die Oberflächenstruktur durch die transversalen Oberflächenwellen erzeugt wird. Im Frequenzbereich liegt das beobachtete Maximum ungefähr bei $\omega_\mathrm{p}/\sqrt{2}$. Dies ist konsistent mit der Vermutung, dass die Oberflächenwellen aus einem Zerfall der Plasmaoszillation mit der Plasmafrequenz ω_p hervorgehen.
Für die Simulation des flachen Targets unter relativistischer Lasereinstrahlung ($a_0 \geq 1$) wurden in den Powerspektren ebenfalls Frequenzbereiche um die Laserfrequenz ω_0 beobachtet. Dies gibt Hinweise darauf, dass bei hohen Laserintensitäten der in [8] vorhergesagte $2\omega_0 \to \omega_0 + \omega_0$ Zerfall auftritt. Gestärkt wird diese Vermutung weiterhin durch den Nachweis einer ω_0-Oszillation der Plasmaoberfläche, welche zum Beispiel in [17] gezeigt wurde. Für eine genauere Untersuchung des Frequenzbereiches um die Laserfrequenz ω_0 sind weitere Analysen nötig, in denen die Auflösung erhöht und die Störung der niedrigen Frequenzbereiche durch numerische Artefakte reduziert wird.

8 Zusammenfassung

Die während der Arbeit verfasste Routine zur Erzeugung von Dispersionsrelationen aus bestehenden PIC-Simulationen wurde erfolgreich in den verwendeten „particle-in-cell“-Code eingearbeitet und durch die Nachweise einiger einfacher Dispersionen (Kapitel 6.1) erfolgreich getestet. Auch die Anwendung auf weitaus komplexere Laser-Target Simulationen brachte gut Ergebnisse hinsichtlich der Dispersionsanalyse. Hierbei wurde vor allem im Bereich niedriger Laserintensität hoch aufgelöste Dispersionsrelationen erzielt. Hier konnten Hinweise auf die Existenz von Oberflächenwellen aus dem Zerfall der Plasmaoszillation an der Targetoberfläche gefunden werden. Bei hohen Laserintensitäten wurde eine Vielzahl von Wellen mit verschiedenen Frequenzen generiert, wodurch eine Unterscheidung der Moden im ω-k-Raum kaum noch möglich war. Jedoch lässt die Vielzahl von auftretenden Moden darauf schließen, dass an der Oberfläche transversale Oberflächenwellen bei verschiedenen Frequenzen in der Oberflächenoszillation generiert werden.

Weiterhin wurde für hohe Laserintensitäten ein verstärktes Auftreten von Frequenzen im Bereich der Laserfrequenz ω_0 festgestellt. Dies gibt Hinweise auf einen möglichen $2\omega_0 \rightarrow \omega_0+\omega_0$ Zerfall bei hohen Laserintensitäten. Für detailliertere Aussagen diesbezüglich sind jedoch noch weitere Simulationen notwendig, welche diesen Bereich durch eine höhere Auflösung genauer analysieren können.

9 Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine Auswerteroutine zur Dispersionsanalyse bei paralleler und senkrechter Auswertung eingeführt. Für diese Auswertungsrichtungen wurde aufgezeigt, dass der keine numerische Dispersion aufzeigt. In Abbildung 4.2 wird jedoch ersichtlich, dass numerische Dispersion für beliebige Winkel vorhergesagt wird. Um dies zu verifizieren, wäre jetzt der Schritt notwendig, die vorhandene Routine auf eine Auswertung unter beliebigen Winkeln auszuweiten.
Bisher wurde nur Laser-Target Simulationen betrachtet, in denen der Laser senkrecht auf das Target trifft. Will man jedoch Simulationen mit schrägen Lasereinfall analysieren, ist dafür eine Auswertung unter beliebigen Winkeln unablässig, da sonst Auswertungen entlang der Strahlachse nicht auf den Laser abgestimmt werden können.
Eine Auswertung unter beliebigen Winkeln bringt die Schwierigkeit mit sich, dass die Felder nicht für jeden beliebigen Raumpunkt zur Verfügung stehen. Bei der Umsetzung muss also zunächst bestimmt werden, welche Felder an den für die Auswertung betrachteten Positionen vorherrschen.
In der Auswertung der durchgeführten Simulationen ist vor allem bei hohen Laserintensitäten aufgefallen, dass die Auflösung der einzelnen Dispersionsrelationen nicht mehr möglich war. Um die notwendigen Daten für die Dispersionrelationen zu erhalten, wurde die Datenmittelung über den gesamten Auswertungsbereich durchgeführt. Aufgrund dieser Mittelung gehen Informationen über Wellenmoden, die nur in gewissen Raumbereichen auftreten, verloren. Somit erhält man in der Auswertung hauptsächlich die dominierenden Frequenzen. Eine Erhöhung der Sensibilität gegenüber der weniger häufigen Wellenmoden könnte dadurch erreicht werden, dass der betrachtete Auswertungsbereich in weitere Teilbereiche untergliedert wird, in denen eine separate Mittelung erfolgt. Die gemittelten Daten der Teilbereiche werden dann getrennt Fourier transformiert und die einzelnen Fouriertransformierten addiert. Durch die feiner untergliederte Mittelung und die getrennte Transformation, sollten einzelne Moden besser aufgelöst werden können.
Dieses Verfahren würde jedoch auch dazu führen, dass ein größeres Datenvolumen pro Simulation erzeugt wird.

10 Anhang

10.1 dispersion.f - Routine zur Generierung der Dispersionsdaten

In Kapitel 5 wurde die in dieser Arbeit geschriebene Unterroutine für den verwendeten „particle-in-cell“-Code in ihrer generellen Funktionsweise beschrieben. Hier soll noch einmal im Detail auf die Funktionen und deren Umsetzung eingegangen werden.

Die hier vorgestellte Routine, soll als Unterroutine in den bestehenden „particle-in-cell“-Code „IPICLS2D“ eingegliedert werden. Dafür ist es zunächst notwendig die verwendeten Felder und weitere Unterroutinen zu laden.

```
      subroutine dispersion(xg,yg,x,y,Ex,Ey,Ez,Bx,By,Bz,
           i_time,Dns)

      include '../include/define.f'
      include '../include/input.f'
      include '../include/tracking.f'
      include '../include/prtcl.f'
      ...
```

Nachdem die notwendigen Daten in der Unterroutine zur Verfügung stehen, muss weiterhin Speicher für die zur Rechnung benötigten Arrays allokiert und diese Arrays mit Null initialisiert werden.
Nachdem die Unterroutine auf die benötigten Felder zurückgreifen kann, muss festgelegt werden in welchem Bereich die Auswertung erfolgen soll.

```
;     Auswertungsgrenzen
      xo = 0
      xt = Nx
      yo = 0
      yt = Ny
```

Nach der Übergabe der Auswertungsgrenzen kann nun direkt mit der Berechnung angefangen werden. Dabei wird zunächst überprüft, ob sich die Simulation im relevanten Zeitfenster (Listing 1, Zeile 1) befindet. Ist dies der Fall und wird zusätzlich ein Punkt innerhalb des Auswertungsbereiches betrachtet (Lst. 1, Z. 2-8), werden die dort vorherrschenden Felder aufsummiert und für jede Summation eine Zählvariable hochgezählt.
Bei der Auswertung wird zischen der parallelen (entlang x-Achse) und der senkrechten (entlang y-Achse) unterschieden. Die Berechnung ist für beide Fälle analog, siehe hierfür Listing 1, Z. 1-16.

Listing 1: parallele Auswertung

```
      if(i_time .ge. 42629 .and. i_time .le. 99999999) then
        Do j=1,Ny_pe
          if(((yg(j)/dble(dlt_yg)).ge.yo)
     \        .and.((yg(j)/dble(dlt_yg)).le.yt)) then

          do i = 0,Nx
             if(((xg(i)/dble(dlt_xg)).ge.xo).and.
     \        ((xg(i)/dble(dlt_xg)).le.xt)) then
               ave_p_t(j)= ave_p_t(j) + Ex(i,j)/owc
               ave_p_l(j)= ave_p_l(j) + Ey(i,j)/owc
               sum_p_t(j)= sum_p_t(j)+1.0
               sum_p_l(j)= sum_p_l(j)+1.0
             endif
          enddo
          endif
        enddo

        call MPI_REDUCE(average_t,total_ave_t,SIZE(average_t),
     \                   MPI_REAL8,MPI_SUM,0,
     \                   MPI_COMM_WORLD, mpierr)

      call MPI_REDUCE(sum_t,counter_t,SIZE(sum_t),
     \                   MPI_REAL8,MPI_SUM,0,
     \                   MPI_COMM_WORLD, mpierr)

      call MPI_REDUCE(average_l,total_ave_l,SIZE(average_l),
     \                   MPI_REAL8,MPI_SUM,0,
     \                   MPI_COMM_WORLD, mpierr)

      call MPI_REDUCE(sum_l,counter_l,SIZE(sum_l),
     \                   MPI_REAL8,MPI_SUM,0,
     \                   MPI_COMM_WORLD, mpierr)
```

Ein Unterschied besteht jedoch in der Speicherung der berechneten Daten. Für die senkrechte Auswertung werden die Daten für jeden betrachteten Zeitschritt und für jede CPU in extra Dateien geschrieben.

Die parallele Auswertung bietet die Möglichkeit die berechneten Daten durch Verwendung des MPI_REDUCE [13] (Listing 1, Z. 18 ff.) Befehls zusammenzufassen. Dadurch erhält man pro Zeitschritt einen Zeilenvektor für die aufsummierten Felddaten und die zugehörigen Zählvariablen, woraus sich ein Vektor für die gemittelten Felder ergibt. Durch die Gegebenheit, dass somit alle relevanten Daten in einem Vektor stehen, können die Daten für den gesamten Zeitbereich in eine Datei geschrieben werden.

```
      if(iam .eq. 0) then
      open(138,file=dir(1:idirln)//'/trk/disp_t.txt',
     \ ACCESS='APPEND')
        write(138,33) (total_ave_t(j)/dble(counter_t(j)), j=0,Nx)
      close(138)
      open(139,file=dir(1:idirln)//'/trk/disp_l.txt',
     \ ACCESS='APPEND')
        write(139,33) (total_ave_l(j)/dble(counter_l(j)), j=0,Nx)
      close(139)

      endif
```

Dies bietet den Vorteil, dass die Daten ohne weitere Verarbeitung zur Auswertung bereit stehen.

Für den Fall der senkrechten Analyse muss eine Weiterverarbeitung der Daten mit dem in Kapitel 10.2 beschrieben Skript vorgenommen werden.

10.2 IDL

Listing 2: READ and MERGE field-data

```
;=========================================================
;=========================================================
function read_disp2, path, op, cpu, dim, t_min, t_max
;=========================================================
;=========================================================

; op  ... unit for file-handling
; cpu ... number of used CPUs for simulation
; dim ... y-size of average-space (e.g. complete
;          y-direction equals dim=Ny)
; t_min, t_ max ... time steps which are used for
;                   evaluation

    tmp_time=fltarr(1,dim+1)*1
    tmp_np=fltarr(1,1)*1

    for i=t_min, t_max do begin
        for j=0,cpu-1 do begin
            fname= path + STRING(j, FORMAT='(I5.5)')
                  + '_' + STRING(i, FORMAT='(I5.5)')
            openr,op,fname
            a=fltarr(dim/cpu,1)
            readf,op,a
            close,op
            tmp_np=[[tmp_np],a]
        end
        print, i
        tmp_time=[tmp_time,transpose(tmp_np)]
        tmp_np=fltarr(1,1)*1
    end
    return, tmp_time
end
```

[18]

11 Literatur

[1] M. Haines, "Thermal Instability and Magnetic Field Generated by Large Heat Flow in a Plasma, Especially under Laser-Fusion Conditions," *Phys.Rev.Lett.*, vol. 47, pp. 917–920, 1981.

[2] K. H. Spatschek, "Parametrische Instabilitäten in Plasmen," *Fortschritte der Physik*, vol. 24, no. 12, 1976.

[3] Y. Sentoku and A. J. Kemp, "Numerical methods for particle simulations at extreme densities and temperatures: Weighted particles, relativistic collisions and reduced currents," *Journal of Computational Physics*, vol. 227, p. 6846, 2008.

[4] F. F. Chen, *Introduction to plasma physics and controlled fusion - 1 : Plasma physics*. New York: Plenum Pr., 2. ed., 3. print. ed., 1988.

[5] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*. New York [u.a.]: Wiley, 2. ed. ed., 1975.

[6] W. Walter, *Gewöhnliche Differentialgleichungen / eine Einführung*. Berlin ; Heidelberg ; New York [u.a.]: Springer, 7., neu bearb. und erw. aufl. ed., 2000.

[7] C. A. J. Palmer, J. Schreiber, S. R. Nagel, N. P. Dover, C. Bellei, F. N. Beg, S. Bott, R. J. Clarke, A. E. Dangor, S. M. Hassan, P. Hilz, D. Jung, S. Kneip, S. P. D. Mangles, K. L. Lancaster, A. Rehman, A. P. L. Robinson, C. Spindloe, J. Szerypo, M. Tatarakis, M. Yeung, M. Zepf, and Z. Najmudin, "Rayleigh-Taylor Instability of an Ultrathin Foil Accelerated by the Radiation Pressure of an Intense Laser," *Physical Review Letters*, vol. 108, pp. 225002+, May 2012.

[8] A. Macchi, F. Cornolti, and F. Pegoraro, "Two-surface wave decay," *Physics of Plasmas*, vol. 9, no. 5, pp. 1704–1711, 2002.

[9] Y. Sentoku, K. Mima, S. ichi Kojima, and H. Ruhl, "Magnetic instability by the relativistic laser pulses in overdense plasmas," *Physics of Plasmas*, vol. 7, no. 2, pp. 689–695, 2000.

[10] Y. Takase. University Lecture, `http://fusion.k.u-tokyo.ac.jp/~takase/plasma1.html`.

[11] R. Yan, *Two-plasmon-decay instability and energetic electron generation in direct-drive inertial confinement fusion*. PhD thesis, University of Rochester, Rochester, N.Y., May 2012.

[12] Y. Sentoku, "Numerical dispersion free maxwell solver for multidimensional pic,"

[13] Mathematics and C. Science, “Mpi_reduce documentation.” http://www.mcs.anl.gov/research/projects/mpi/www/www3/MPI_Reduce.html. Online; 03-June-2013.

[14] I. O. Help, “Fft documentation.” http://www.physics.nyu.edu/grierlab/idl_html_help/F4.html#wp848121l. Online; 03-June-2013.

[15] A. Macchi, F. Cornolti, F. Pegoraro, T. Liseikina, H.Ruhl, and V. Vshivkov, “Surface oscillations in overdense plasmas irradiated by ultrashort laser pulses,” *Physical Review Letters*, vol. 87, no. 20, p. 205004, 2001.

[16] P. Kilian, U. Ganse, and F. Spanier, “Numerically determining the dispersion relation of the electromagnetic wave as a testcase of a particle-in-cell code,” 2010. published 20-December-2010.

[17] T. Kluge, C. Gutt, L. Huang, J. Metzkes, U. Schramm, M. Bussmann, and T. E. Cowan, “Using xfels for probing of complex interaction dynamics of ultra-intense lasers with solid matter,” Tech. Rep. arXiv:1306.0420, Jun 2013.

[18] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics (Revised Edition)*. Addison Wesley, 1 ed., Sept. 1993.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit im Rahmen der Betreuung am Institut für Kern- und Teilchenphysik ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst und alle Quellen als solche gekennzeichnet habe.

Martin Dommert
Dresden, Juni 2013