

Prädiktive Geometallurgie in Freiberg – von „Virtual Twins“ und Prozessoptimierung

Kai Bachmann, Lucas Pereira, Raimon Tolosana-Delgado, Gerald van den Boogaart, Jens Gutzmer

Zusammenfassung

Der moderne Bergbausektor steht vor gewaltigen technischen Herausforderungen. Dazu zählen der Rückgang von Erzgehalten, der zunehmende Umgang mit komplexen Mineralparagenesen und sehr feinen Korngrößen aber auch einer steigenden Erzvariabilität. Mit Hilfe geometallurgischer Modelle versucht die Bergbauindustrie diese Herausforderungen zu bewältigen und das Verhalten des Erzes während des Abbaus, der Aufbereitung und der Verhüttung quantitativ vorherzusagen. Um hier einen Beitrag zu leisten, wird am Standort Freiberg seit 2008 geometallurgische Kernkompetenz aufgebaut. Diese Entwicklung wurde mit der Gründung des Helmholtz-Instituts Freiberg für Ressourcentechnologie (HIF), einer gemeinsamen Gründung des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf (HZDR) und der TU Bergakademie Freiberg (TU BAF) im Jahr 2011, stark beschleunigt. Aus diesem Grund zählt Freiberg heute

weltweit zu den wichtigsten Forschungs- und Entwicklungsstandorten der Geometallurgie. In diesem Artikel werfen wir einen Blick auf den aktuellen Stand der Entwicklungen, mit Fokus auf zwei sehr erfolgreiche Projekte im Bereich der geometallurgischen Modellierung, sowohl primärer als auch sekundärer Rohstoffe.

Einführung

Als Geometallurgie bezeichnet man eine Forschungsrichtung, welche eine Integration von Geowissenschaften, Bergbauingenieurwesen, Mineralaufbereitung, extraktiver Metallurgie und Umweltwissenschaften anstrebt. Das ultimative Ziel dieser interdisziplinären Forschung ist es, ein digitales Modell bzw. einen virtuellen Zwilling (*virtual twin*) zu erzeugen, in dem Erzkörper, Bergwerk, Aufbereitungsanlage und Hüttenbetrieb gemeinsam dargestellt und vernetzt werden. So werden Prozesse optimiert und die Gesamteffizienz von Rohstoffprojekten gesteigert; die

Verbindung zwischen den verschiedenen Teilen dieses ganzheitlichen digitalen Modells wird durch geeignete mathematische Modelle ermöglicht.¹ Damit ordnet sich die Geometallurgie also zwischen Geowissenschaften und rohstoffbezogenen Ingenieurwissenschaften ein. Sie zielt zum Beispiel darauf ab, die Ressourceneffizienz zu erhöhen sowie den Energieverbrauch und das technische Risiko des Bergbaubetriebs zu verringern². Auf diese Weise ist es möglich, den ökonomischen Wert eines Erzkörpers zu maximieren und gleichzeitig das technische Risiko und die Umweltbelastung zu minimieren. Die Rohstoffgewinnung und -verarbeitung wird so integraler Bestandteil einer nachhaltigen Entwicklung, indem sichergestellt wird, dass alle Phasen der Gewinnung aus technischer und ökologischer Sicht optimiert sind. Während der

1 van den Boogaart und Tolosana-Delgado 2018
2 Gu et al. 2014

grundlegende geometallurgische Ansatz nicht neu ist, ermöglichten schnelle Fortschritte bei Mess- und Analysetechnologien und eine exponentielle Verbesserung der Rechenleistung viele Konzepte erst jetzt in der Realität. Insbesondere die Verfügbarkeit quantitativer Daten für die mineralogischen und mikrostrukturellen Eigenschaften von Erzen aus der Rasterelektronenmikroskop-basierten Bildanalyse hat in den letzten 15 Jahren einen wichtigen Schlüssel für den Erfolg der Geometallurgie im Bergbau geliefert.³ Heute gibt es bereits eine Vielzahl von geometallurgischen Modellen, die abhängig vom Rohstoff- und Erztyp, dem Aufbereitungskreislauf, dem Abbaustadium und der Größe der Mine sind.⁴ Viele dieser Ressourcenmodelle⁵ nutzen allerdings nur sehr wenige Primäreigenschaften, im Wesentlichen die Konzentration der Wertelemente bzw. chemische Zusammensetzung. Nur diese Daten sind in einem ausreichend dichten räumlichen Gitter zu angemessenen Kosten vorhanden, um räumliche Interpolationen zu ermöglichen.

Um Geometallurgie hingegen als ganzheitlichen, quantitativen Ansatz implementieren zu können, akquirieren, aggregieren und kommunizieren geometallurgische Programme alle konkreten Daten. Diese sind erforderlich, um die (1) Eigenschaften des Erzkörpers räumlich aufzulösen (*geometaallurgisches Modell des Erzkörpers*) sowie (2) alle gewinnungs- und aufbereitungsrelevanten Parameter zu erfassen und in einem quantitativen Vorhersagemodell abzubilden (*geometaallurgisches Modell des Aufbereitungskreislaufs*). Prädiktive geometallurgische Modelle sagen daher nicht nur die Qualität von Konzentraten und Rückständen sowie die metallurgische Gesamtleistung voraus. In einem industriellen geometallurgischen Programm können die gewonnenen zusätzlichen Informationen auch verwendet werden, um den Aufbereitungsprozess und die Qualitäten der Produktionsströme mit Hilfe partikelbasierter Datenströme anzupassen, und so die Anforderungen der Umweltgesetzgebung und eines veränderlichen globalen Markts zu gewährleisten. Dies geschieht zum Beispiel durch eine effektivere Nutzung der Ressourcen oder die Fähigkeit, größere Mengen von Erz geringerer Qualität mit geringeren

Umweltauswirkungen zu verarbeiten. Durch die ganzheitliche Nutzung der gewonnenen Daten können außerdem, je nach Marktsituation, zusätzliche Ko- oder auch Beiprodukte gewonnen oder ein verbesserter Umgang mit Schadelementen implementiert werden.

Im Folgenden werden beispielhaft zwei geometallurgische Modelle vorgestellt, die in den letzten Jahren unter Federführung des HIF und in enger Zusammenarbeit mit der TU BAF entwickelt wurden. Diese beiden Modelle decken unterschiedliche Aspekte der Wertschöpfungskette ab. Zum einen ist das ein geometallurgisches Modell der Thaba Mine in Südafrika, welches im Rahmen des BMBF-geförderten CLIENT I-Projektes „Angewandte Mineralogie für Ressourceneffizienz von Platinmetallen (AMREP)“ entstand. Das zweite Modell beschäftigt sich mit der Aufbereitung von Sekundärrohstoffen und wird im Moment im Rahmen des BMBF-geförderten CLIENT II-Projektes „Gewinnung von SE-Metallen und -verbindungen aus Flotationsrückständen des Karbonatit-Komplexes Catalão/Goias (MoCa)“ entwickelt.

Das CLIENT I-Projekt AMREP

Zusammen mit deutschen und südafrikanischen Partnern wurde ein prädiktives geometallurgisches Modell für die Thaba Chromium Mine im westlichen Bushveld Komplex in Südafrika entwickelt. Die Thaba Mine baut verschiedene Lagen von Chromitit ab, ein Erz welches zum erheblichen Teil aus dem Erzmineral Chromit besteht. Als Quelle des Stahlveredlers Chrom ist das Mineral essentiell für die globale Stahlindustrie. Ziel der Studie war es, neben Chrom auch weitere Wertelemente insbesondere Platingruppenmetalle, wie Platin und Palladium, zu gewinnen. Dabei fokussiert sich das geometallurgische Modell auf die Chromititlagen der sogenannten Lower Group und Middle Group (LG und MG) Chromitite und hierbei wiederum auf das LG-6, LG-6A, MG-1 und MG-2, welche zu den Zielhorizonten der Mine für einen möglichen Abbau im Tage-, wie auch Tiefbau gehören.

Um die geologische und geochemische Architektur der Thaba Mine zu verstehen und als Grundlage eines prädiktiven geometallurgischen Modells zu nutzen, verwendete das Projektteam einen umfangreichen Datensatz bestehend aus Bohrkernprofilen und geochemischen Analysendaten, um ein 3D-Blockmodell

zu erstellen.⁶ Die geochemischen Analysen ermöglichten eine umfassende statistische Auswertung, um die Variabilität innerhalb und zwischen den untersuchten Chromititlagen zu bewerten und den Datensatz in verschiedene geochemische Gruppen aufzuteilen.⁷ Das Projektteam lokalisierte diese Gruppen dann innerhalb des 3D-Modells und definierte räumliche Domänen. Die Chromitite der Thaba Mine können demnach in drei verschiedene geochemische Domänen unterteilt werden. Zum einen gibt es eine ausgedehnte oberflächennahe, verwitterte und oxidierte Domäne. Des Weiteren gibt es eine Domäne, die vorrangig Merkmale einer hydrothermalen Alteration zeigt, also Verwitterung durch heiße Fluide. Diese Domäne tritt unterhalb der Tiefe der modernen Verwitterung auf, jedoch in offensichtlicher Nähe zu Verwerfungen, Störungen und einem lokal bedeutenden transgressiven Dunitkörper. Die dritte Domäne besteht aus Erzen, die am wenigsten von postmagmatischen Alterationsprozessen betroffen sind. Diese Domäne befindet sich vor allem im Zentrum der Störungsböcke unterhalb der von Verwitterung betroffenen Zone.

Zur detaillierten Charakterisierung der Mineralparagenesen in den Chromitit-erzen wurden ausgewählte Bohrkernproben der Zielhorizonte umfassend mit verschiedenen Analysemethoden, wie zum Beispiel der Mineral Liberation Analysis (MLA) und einer Elektronenstrahlmikrosonde untersucht.⁸ Basierend auf den Ergebnissen der detaillierten Untersuchungen wurden zwei unterschiedliche Mineralparagenesen definiert: die erste Paragenese bzw. Mineralvergesellschaftung ist reich an Platingruppenelement (PGE)-sulfiden und enthält variable Anteile von Malanit/Cuprorhodsit sowie PGE-Legierungen mit Fe und Sn. Chalkopyrit und Pentlandit sowie Pyrit und untergeordneter Millerit/Violarit dominieren die assoziierten Buntmetallsulfide. Magmatischer Orthopyroxen und Plagioklas sind die wichtigsten assoziierten Silikate. Die zweite Paragenese ist reich an PGE-Sulfarseniden und -Arseniden sowie PGE-Antimoniden und -Bismuthiden, die vor allem mit Pentlandit und kobaltreichem Pentlandit assoziiert sind. Diese Paragenese ist auch durch signifikante Anteile von Alterationsmineralien wie Talk, Serpentin und/oder Karbonaten gekennzeichnet, die eng mit

3 Gu et al. 2014

4 Boisvert et al. 2013, Dominy und O'Connor 2016 und darin enthaltene Referenzen, Bachmann et al. 2020

5 z. B. King und MacDonald 2016

6 Gerhards und Menzel 2019

7 Bachmann et al. 2019

8 Bachmann et al. 2018

den Platingruppenmineralen assoziiert sind. Die statistische Auswertung zeigt, dass die beiden Mineralparagenesen nicht auf unterschiedliche Chromititlagen zurückgeführt werden können, sondern den Einfluss hydrothermalen Alteration dokumentieren.

Wir konnten im Anschluss unsere Erfahrungen der detaillierten mineralogischen Untersuchungen an den Chromititlagen auf einen umfangreichen Datensatz übertragen, der ähnliche mineralogische Daten für das nicht oberflächennahe, verwitterte Erz der Lagerstätte enthielt. Somit war es uns möglich, durch statistische Auswertung sieben verschiedene Erztypen zu identifizieren, die anschließend durch Aufbereitungstests des Bohrkernmaterials validiert wurden. Zusätzlich führten wir metallurgische Tests für mehrere Großproben der verwitterten Domäne durch. Darüber hinaus verknüpften wir chemische und mineralogische Daten, um den Erfolg der Aufbereitungstests zu kontrollieren und die Ergebnisse detailliert zu evaluieren.

Das prädiktive geometallurgische Modell zielt darauf ab, die Aufbereikbaarheit von PGE als Nebenprodukt der Chromitgewinnung darzustellen und zu evaluieren. In diesem Zusammenhang betrachten wir die verwitterten Erze als eine großräumige Domäne, die nicht weiter ortsaufgelöst angesehen wird, da die Chromiterze aus dieser oxidierten Zone durchweg sehr geringe PGE-Ausbeuten aufweisen. Jeder Versuch, PGE durch Flotation aus dieser Zone zu gewinnen, stellt eine sehr große Herausforderung dar. Bei unverwitterten Erzen wurde ein sehr viel komplexerer Ansatz verfolgt. Zur Erstellung des Modells wurden dabei die folgenden Schritte durchgeführt:

- Erstellen eines Vorhersagemodells für die Gewinnbarkeit von PGE als Funktion der chemischen Zusammensetzung des Chromititerzes, das heißt Entwicklung eines chemischen Fingerabdrucks für die Gewinnbarkeit von PGE aus dem Erz;
- Durchführen einer geostatistischen Modellierung des geochemischen Datensatzes, das heißt Interpolation durch Cokriging und
- Kombinieren der Schritte (i) und (ii), um ein ortsaufgelöstes geometallurgisches Modell zu erzeugen, das das Potenzial zur Gewinnung von PGE durch Flotation vorhersagen kann.

Das daraus resultierende ortsaufgelöste prädiktive geometallurgische Modell des Erzkörpers der Thaba Mine zeigt das PGE-Verarbeitungspotenzial in Form von Wahrscheinlichkeiten und beinhaltet daher Unsicherheiten (*Abbildung 1*). Die Modellierung beruht dabei auf einem umfangreichen Datensatz, der in Zukunft erweiterbar ist, um die statistischen Unsicherheiten weiter zu verringern. Die meisten der modellierten Parameter leiten sich dabei von den Haupteigenschaften des Erzes ab, zum Beispiel die mineralogische Zusammensetzung und Mineralparagenese, Dichte – kombiniert mit einem Minimum an empirischen Aufbereitungstests. Dies ermöglicht auch in Zukunft eine flexible Anwendung auf Haupt- und Begleitprodukte bis hin zu Schadelementen und stellt daher die Grundlage für einen ganzheitlichen Modellierungsansatz dar.

Das CLIENT II-Projekt MoCa

Nach China liegen die größten Seltenerdreserven in Brasilien und Vietnam, wobei die Reserven in Brasilien in der Regel an ultramafische Alkalikarbonatkomplexe gebunden sind. Eine der wichtigsten Alkalikarbonatkomplexe liegt in Catalão im Bundesstaat Goiás und besteht aus den Catalão I und II Lagerstätten. Im Moment wird die Lagerstätte Catalão I vor allem aufgrund des sehr hohen Apatitgehaltes für die Herstellung von Düngemitteln abgebaut. Die Halden werden dann erneut aufbereitet, um daraus Pyrochlor für die Produktion von Ferroniob zu gewinnen. In Catalão II wird ausschließlich Pyrochlor gewonnen.

Die Erze beider Lagerstätten besitzen eine hohe Konzentration an Seltenerdmineralen, die im Moment allerdings nicht aufbereitet und deshalb in großen Haldenkörpern abgelagert werden. Ziel von MoCa ist es daher, das Extraktionspotenzial von Seltenen Erden sowohl aus Rückständen aus der aktuellen Produktion als auch aus abgelagerten Rückständen am Standort Catalão zu untersuchen und mit Hilfe geometallurgischer Ansätze eine ganzheitliche Gewinnung aller enthaltenen Wertminerale zu ermöglichen. Um dies zu erreichen, ist eine detaillierte und umfassende mineralogische und chemische Charakterisierung des Erzes notwendig. Dafür wurde eine umfassende Beprobung der Nb-Verarbeitungsanlage zum besseren Verständnis des Verhaltens der Seltenerdelemente (SEE)-Mineralien durchgeführt (*Abbildung 2A*).

Die dabei gewonnenen Proben werden für das nachstehend erläuterte partikelbasierte Vorhersagemodell eingesetzt. Die Resultate dienen der Erstellung eines innovativen, benutzerunabhängigen, partikelbasierten Aufbereitungsmodells, um das Verhalten des Erzes in der Aufbereitung vorhersagen und optimieren zu können.

Die benötigten Werkzeuge für die umfangreiche Datenanalyse werden dafür in der Open-source Plattform R¹⁰ entwickelt und getestet. Die Methode berechnet die Austragswahrscheinlichkeiten für jedes Partikel in einer Probe mithilfe eines Lasso-regularisierten logistischen Regressionsmodells¹¹ und kann auf jeden Separationsprozess angewendet werden. Es ist keine A-priori-Variablenauswahl erforderlich, da die Lasso-Regularisierung einen Korrekturfaktor verwendet, um die Koeffizienten für nicht beitragende Variablen auf Null zu setzen, wodurch die Koeffizienten für die verbleibenden Prädiktoren zuverlässiger geschätzt werden. Darüber hinaus enthält die Methode einen Schritt zur Anpassung der A-priori-Wahrscheinlichkeit des Modells im Sinne der Bayes'schen Statistik, um die geologische Variabilität über die Lagerstätte hinweg zu berücksichtigen.¹²

Das Verfahren kann auf einzelne Trennschritte oder auf ganze Ketten und Netzwerke von Trenneinheiten angewendet werden, sofern keine Zerkleinerungseinheit enthalten ist. Diese Einschränkung bezieht sich auf die Tatsache, dass die Zerkleinerung die Partikelgrundgesamtheit verändert, d. h., die physikalischen Eigenschaften der Partikel ändern sich erheblich, insbesondere Größe, Zusammensetzung und Aufschlussgrad.

Die Effizienz der Methode konnte im Niob-Aufbereitungskreislauf der Boa Vista Aufbereitungsanlage demonstriert werden. Die Anlage besteht aus drei Flotations- und einem magnetischen Trennkreis. Das Aufgabegut der ersten Aufbereitungseinheit, jedes Zwischenprodukt sowie die endgültigen Rückstände und das Konzentrat wurden beprobt (*Abbildung 2A*). Die Proben wurden getrocknet, in Epoxidharzblöcke eingebettet, geschliffen, poliert und mit Hilfe der MLA analysiert. Für jede Einheit in der Anlage wurde ein Prozessmodell unter Verwendung der jeweiligen Konzentrat- und Rückstandsproben trainiert. Der Anlagenbetrieb wurde mit Bootstrap-Methoden simuliert,

10 R Core Team 2016

11 Hastie et al. 2015

12 Pereira et al. 2020

indem in jedem trainierten Vorhersagemodell nacheinander 1000-mal eine virtuell erstellte Probe des Aufgabeguts verarbeitet wurde. Die vorhergesagte Masse und Mineralzusammensetzung jedes Zwischenprodukts und des endgültigen Niobkonzentrats in jedem Bootstrap-Lauf wurden mit Ergebnissen verglichen, die auf tatsächlich in der Anlage beobachteten Werten beruhen. *Abbildung 2B* zeigt Bootstrap-Boxplots der Vorhersagefehler im relativen Maßstab. Die vorhergesagten Produktwerte stimmen sehr gut mit den in der Anlage beobachteten Ergebnissen überein. Sie demonstrieren die Effizienz der Methode bei der Rekonstruktion einer vollständigen Verarbeitungsanlage mit verschiedenen Trennprozessen auf

Abb. 1: Geometallurgische Karte des LG-6-Chromitits. Das PGE-Aufbereitungspotenzial wird als Wahrscheinlichkeit, zu einer Domäne mit hohem Anreicherungspotenzial zu gehören, angezeigt. Daher stellen grünliche Farben Bereiche mit hohem Potenzial dar. Rote Farben weisen ein geringes Potenzial für die PGE-Aufbereitung auf. Graue Bereiche weisen eine große Unsicherheit auf – in der Regel aufgrund geringer

Proben-/Datendichte. Zusätzlich werden die Probenahmestellen (die in Aufbereitungstests verwendet wurden) und die entsprechenden Testergebnisse als farbige Kreise für das LG-6 angezeigt. Die oxidierte Zone ist dunkelgrau dargestellt.

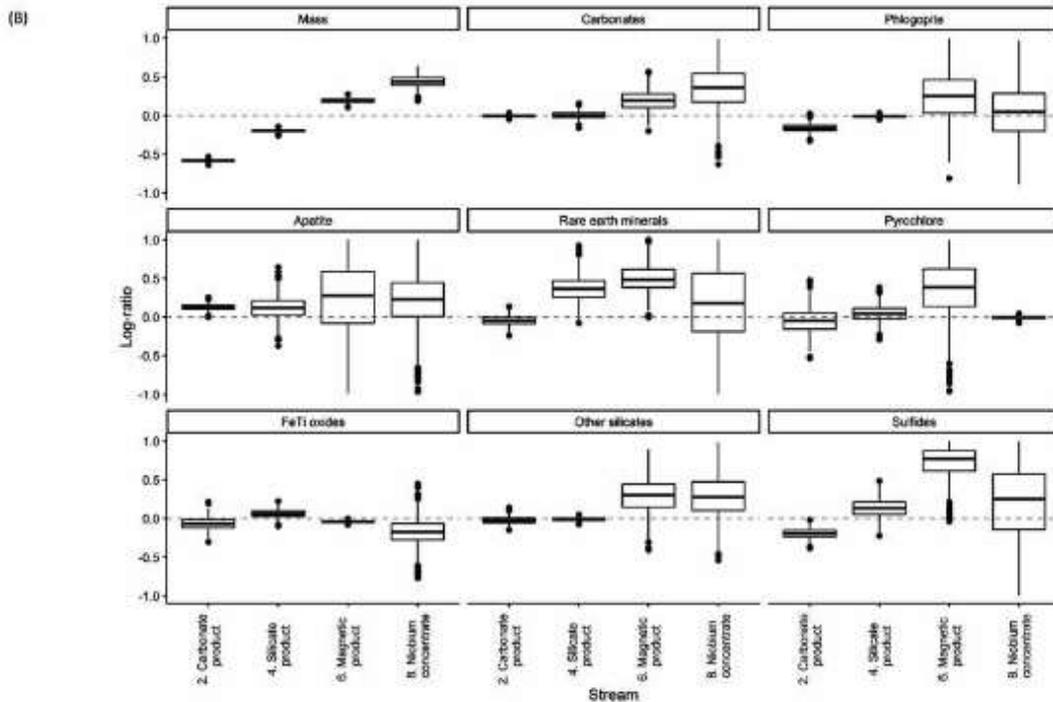
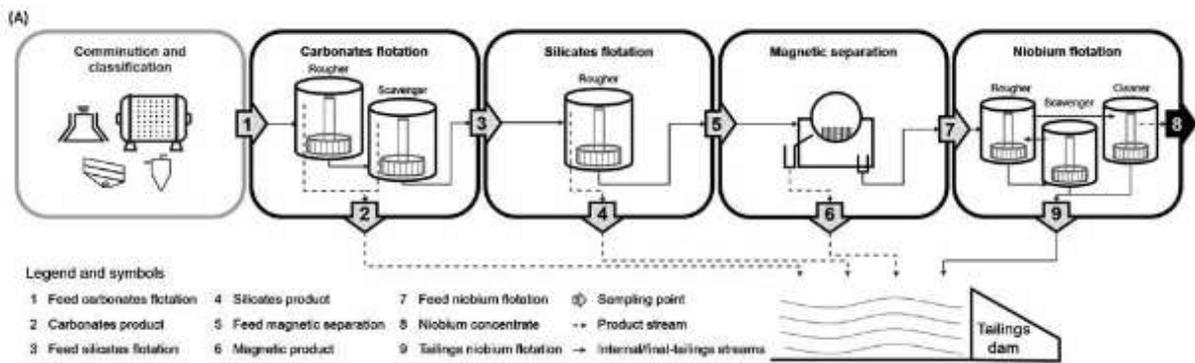
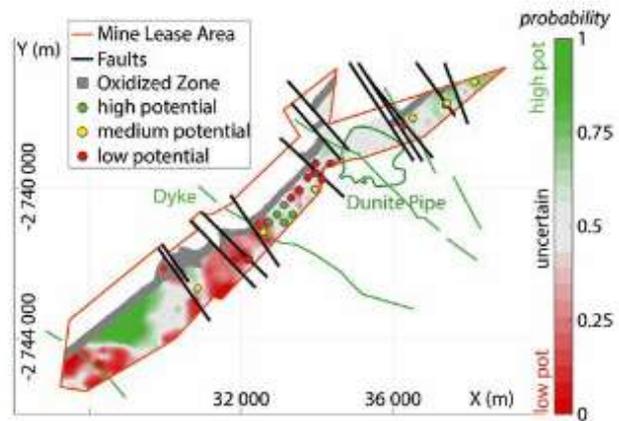


Abb. 2: (A) Vereinfachtes Flussdiagramm der untersuchten Aufbereitungsanlage mit Probenahmestellen.

(B) Natürliches logarithmisches Verhältnis zwischen der vorhergesagten und der tatsächlichen Zusammensetzung und Masse jedes Produktstroms in der Aufbereitungsanlage.

Einzelpartikelebene und unter Berücksichtigung ihrer Unsicherheiten.

Derzeit versuchen die Projektpartner, für die Abraumströme der Nb-Produktion einen wirtschaftlichen Aufbereitungsprozess für SEE zu erarbeiten. Das Verfahren soll für die gesamte Nb + SEE-Produktion eingesetzt werden und ist in der Lage das Potenzial zur Herstellung eines Niob- und Seltenerdkonzentrates im industriellen Maßstab zu bewerten.

Fazit

Die beiden hier vorgestellten Modelle können sowohl für primäre als auch sekundäre Ressourcen angewendet werden und decken unterschiedliche Bereiche der Wertschöpfungskette ab. Das Modell der Thaba Mine stellt das geometallurgische Modell eines Erzkörpers dar, in diesem Fall für die Gewinnung von PGE als Beiprodukt. Im MoCa-Projekt wird an geometallurgischen Modellen für komplexe industrielle Aufbereitungsprozesse gearbeitet, sowohl für Ferroniob als auch Seltene Erden. Beide Arten von geometallurgischen Modellen folgen Ansätzen, die in Zukunft zusammengeführt werden. Bei dieser Zusammenführung und Ergänzung stehen drei große Themen im Fokus: 1. Die Modellierung und Vorhersage von Zerkleinerungseffekten sowie 2. die Implementierung und Erweiterung des geometallurgischen Ansatzes in den Bereich der Metallurgie. Der 3. Themenkomplex

umfasst die Zusammenführung der einzelnen Modelle in ein Modell der gesamten Wertschöpfungskette, von der Bergwerksplanung bis hin zur Verhüttung des eigentlichen Wertmetalls. Dies erfordert eine Kombination der einzelnen Modelle zu einem Gesamtmodell über mehrere Zeit- und Raumskalen hinweg und daher einen schnellen und effektiven Informationsfluss zwischen den einzelnen Teilen der industriellen Wertschöpfungskette. Mit Hilfe von zusätzlichen Feedback-Loops von Daten, die während der Abbauphase akquiriert werden, ist dann eine kontinuierliche Aktualisierung des Lagerstätten- und Aufbereitungsmodells möglich – idealerweise mit immer genaueren Vorhersagen und sinkender Unsicherheit. Diese verbesserten Vorhersagen haben einen sehr großen Einfluss auf die Bergbau- und Produktionsplanung.¹³

Literatur

- Bachmann K, Osbahr I, Tolosana-Delgado R, Chetty D, Gutzmer J (2018). Variation in platinum group mineral and base metal sulfide assemblages in the Lower Group chromitites of the western Bushveld Complex, South Africa. *The Canadian Mineralogist* 56(5):723–743. <https://doi.org/10.3749/canmin.1700094>.
- Bachmann K, Menzel P, Tolosana-Delgado R, Schmidt C, Hall M, Gutzmer J (2019). The use of assay data as a foundation for a geometallurgical model – the case of the Thaba Chromite Mine, South Africa. *J Geochem Explo* 201:99–112.
- Bachmann K, Chetty D, Tolosana-Delgado R, Menzel P, Gilbricht S, Osbahr I, Gutzmer J (2020).

The Development of Hybrid Data- and Model-Driven Geometallurgical Models. *Journal of Cleaner Production* – accepted.

- Boisvert JB, Rossi ME, Ehrig K, Deutsch CV (2013). Geometallurgical modeling at Olympic dam mine, South Australia. *Mathematical Geosciences* 45(8):901–925.
- Dominy SC, O'Connor I (2016). Geometallurgy – Beyond conception. In *Proceedings International Geometallurgy Conference, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy*. Melbourne, Australia, 3–10.
- Gerhards C, Menzel P (2019). Geomathematik und Geoinformatik an der TU Bergakademie Freiberg. *Acamonta* 26:27–29.
- Gu Y, Schouwstra RP, Rule C (2014). The value of automated mineralogy. *Minerals Engineering* 58:100–103.
- Hastie T, Tibshirani R, Wainwright M (2015). *Statistical Learning with Sparsity*. New York: Chapman and Hall/CRC, <https://doi.org/10.1201/b18401>.
- King GS, Macdonald JL (2016). The Business Case for Early-stage Implementation of Geometallurgy – an example from the Productora Cu Mo Au deposit, Chile. *International Geometallurgy Conference, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy*, Melbourne, Australia.
- Pereira L, Frenzel M, Khodadadzadeh M, Tolosana-Delgado R, Gutzmer J (2020). A self adaptive particle-tracking methodology for minerals processing. *Journal of Cleaner Production*, accepted.
- Prior-Arce A, Tolosana-Delgado R, van den Boogaart K, Bonndorf J (2020) Resource Model Updating For Compositional Geometallurgical Variables. *Mathematical Geosciences* – in review.
- R Core Team (2016). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria <https://www.R-project.org/>.
- Van Den Boogaart KG, Tolosana-Delgado R (2018). Predictive geometallurgy: An interdisciplinary key challenge for mathematical geosciences. In *Handbook of Mathematical Geosciences*, Springer, Cham. 673–686.

¹³ Prior-Arce et al. 2020