

FORSCHUNGSZENTRUM  
ROSSENDORF e.V.

FZR

---

Archiv-Ex.:

FZR-110

September 1995

*Frank Hollstein*

Berechnung von  
Neutronenflußdichteschwankungen  
in WWER-Druckwasserreaktoren infolge  
strömungsinduzierter Schwingungen

**Forschungszentrum Rossendorf e.V.**

**Postfach 51 01 19 · D-01314 Dresden**

**Bundesrepublik Deutschland**

**Telefon (0351) 260 2242**

**Telefax (0351) 260 3651**

# Berechnung von Neutronenflußdichteschwankungen in WWER-Druckwasserreaktoren infolge strömungsinduzierter Schwingungen

F. Hollstein

Forschungszentrum Rossendorf e. V.  
Institut für Sicherheitsforschung

## Inhalt

1.	Einleitung	2
2.	Nodales Reaktormodell	3
3.	Iterationsgleichungen	8
4.	Rauschquellen und Übertragungsfunktionen	10
5.	Diskussion numerischer Berechnungen	13
6.	Schlußfolgerungen	21
	Literaturverzeichnis	23
	Anhang 1: Eingruppenextrapolationslängen	24
	Anhang 2: Eingruppenrauschquellen - Brennstoffteil	28
	Anhang 3: Eingruppenrauschquellen - Absorberteil	30

## Zusammenfassung

Dargestellt wird ein in sich geschlossenes 3D-Modell zur Berechnung der ortsabhängigen Übertragungsfunktionen für stochastische Schwingungen der Regel- und Brennelemente in Reaktoren vom Typ WWER-440 unter Berücksichtigung der heterogenen Brennstoffbeladung realer Spaltzonenkonfigurationen.

Basis sind die nodalen Bilanz-Gleichungen zur Berechnung der stationären Neutronenflußverteilung in der Eingruppen-Diffusionsnäherung für 3D-Nodes in Hexagonal-Z-Geometrie. Die Absorberteile eines WWER-440-Regelements werden durch entsprechende Randbedingungen für die Diffusionsgleichung im neutronenphysikalischen Reaktormodell erfaßt.

Die Modellierung der Rauschquellen erfolgt auf der Grundlage einer Zweigruppen-Diffusionsnäherung. Die Neutronenflußdichteschwankungen werden dabei durch Störungen bei der Rückstreuung thermischer Neutronen in "Absorber-Nodes" bzw. durch stochastische Schwankungen der Zweigruppen-Wirkungsquerschnitte an den radialen Nodegrenzen der "Brennstoff-Nodes" beschrieben.

Zur Berechnung der Übertragungsfunktionen für die Schwankungen der Neutronenflußdichte werden die nodalen Bilanz-Gleichungen in der Prompt-Response-Approximation verwendet.

Die Kopplung der Zweigruppen-Quellmodelle für Brennstoff- und Absorberteil eines Regelements an das nodale Eingruppen-Übertragungsmodell erfolgt im Sinne der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung.

Anhand numerischer Berechnungen werden wesentliche Charakteristika der Übertragungsfunktionen für Regelementschwingungen in Druckwasserreaktoren vom Typ WWER-440 diskutiert.

## 1. Einleitung

In Leistungsreaktoren werden mechanische Schwingungen von Anlagenkomponenten als Folge des Kühlmitteldurchsatzes induziert. Die Überwachung von sicherheitsrelevanten Schwingungsparametern hinsichtlich der Einhaltung tolerierbarer Grenzwerte ist eine der Voraussetzungen zur sicheren Betriebsführung des Reaktors /1/.

Zur Schwingungsüberwachung der mechanischen Reaktorkomponenten wird neben konventionellen Verfahren auch die Neutronenflußrauschenanalyse eingesetzt. Beide Verfahren ergänzen sich und eine Vielzahl von Diagnosen ist nur mittels Korrelationsanalysen zwischen mechanischen Schwingungssignalen und Schwankungen der Neutronenflußdichte realisierbar /2/.

In Kernkraftwerken mit Druckwasserreaktoren vom Typ WWER-440 sind die Regelemente infolge ihrer funktionsbedingten Konstruktion als horizontal nicht arretierte räumliche Doppelpendel (Absorber- und Brennstoffteil) in erhöhtem Maße einer strömungsinduzierten Schwingungsanregung ausgesetzt /3/. Ursachen für die Schwingungsanregung sind im wesentlichen Druckschwankungen des Kühlmittels innerhalb der Regelementkanäle und nichtlineare Kräfte infolge von Anschlägen der Regelemente an die Kanalwände /4,5/. Regelementanschläge können Materialabrieb an Brennelementhüllen bewirken oder zu Stabverklümmungen führen. Die möglichst fehlerfreie Detektion und Interpretation der Anschlaghäufigkeit und -intensität ist somit von sicherheitsrelevanter Bedeutung für die Beurteilung des technischen Zustandes des Reaktors.

Zum Verständnis der bei Regelementschwingungen auftretenden Bewegungsformen und der Abbildung derartiger Schwingungen im Neutronenflußrauschen liegen umfangreiche experimentelle Erfahrungen vor. Sie basieren sowohl auf Messungen an Originalanlagen während des Normalbetriebes als auch auf Experimenten an Simulationsmodellen /4,6/.

Theoretische Untersuchungen zur Abbildung von Regelementschwingungen im Leistungsrauschen der Neutronenflußdichte basieren bislang vorrangig auf vereinfachten 2D-Reaktormodellen mit zumeist homogener Brennstoffbeladung /7,8,9/. Damit konnte prinzipiell der Übertragungsmechanismus in "einfachen" Reaktorkonfigurationen erklärt werden. Dem theoretischen Verständnis weitgehend ungeklärt blieben Fragen zum Einfluß der heterogenen Brennstoffzusammensetzung und der realen Regelementeintauchtiefe auf das Übertragungsverhalten eines Druckwasserreaktors.

In der vorliegenden Arbeit wird dementsprechend ein in sich geschlossenes 3D-Modell zur Berechnung der Übertragungsfunktionen für Regelementschwingungen dargestellt /10,11/ und anhand numerischer Berechnungen diskutiert. Es berücksichtigt sowohl den heterogenen Coreaufbau realer Spaltzonenkonfigurationen als auch die Eintauchtiefe der Absorberteile in die Spaltzone.

Basis ist ein nodales Berechnungsverfahren /12,13/ zur Lösung der Ein- bzw. Zweigruppen-Diffusionsgleichungen für die stationäre Neutronenflußverteilung in hexagonalen Zellen. Die Berechnung der Übertragungsfunktionen erfolgt unter Verwendung der Prompt-Response-Approximation /14/.

Zur Modellierung der Rauschquellen werden zwei aus der Literatur bekannte Ansätze für eine zylindersymmetrische Stabgeometrie entsprechend auf den Fall von Nodes in Hexagonal-Z-Geometrie übertragen. Für den Brennstoffteil wird der Modellvorstellung einer bewegten Flächenquelle /15/ gefolgt. Sie beruht auf der Annahme stochastischer Schwankungen der Wirkungsquerschnitte innerhalb des Wasserspalts zwischen Regelement und Führungskanalwand als Folge einer zufälligen horizontalen Verschiebung des Regelements.

Das Modell des Absorberteils baut auf der Vorstellung eines thermisch "schwarz" absorbierenden Hohlzylinders auf /16,17/. Die Rauschquelle wird demnach als Störung in den Randbedingungen der Eingruppen-Diffusionsgleichung beschrieben und ist die Folge stochastischer Positionsänderungen der "schwarzen" Absorberflächen.

## 2. Nodales Reaktormodell

Grundlage zur Berechnung der stationäre Neutronenflußverteilung sei die Eingruppen-Diffusionsgleichung (1) unter Verwendung der üblichen Bezeichnungen mit  $\Sigma^R$  als Verlust- und  $\Sigma^P$  als Produktionsquerschnitt.  $\lambda$  steht für den Eigenwert der Reaktorkonfiguration. In nicht-multiplizierenden Gebieten ist die Spaltneutronenquelle (2) identisch Null.

$$\text{div } \vec{j} + \Sigma^R \Phi_0 = Q_0 \quad (1)$$

$$Q_0 = \lambda \Sigma^P \Phi_0 \quad (2)$$

Die Randbedingungen für die Diffusionsgleichung werden weiter unten bei der Darstellung des verwendeten Lösungsalgorithmus' formuliert.

Die Materialverteilung des Cores wird im stationären Fall als stückweise homogen betrachtet [13]. Zerlegt man die Spaltzone gedanklich in M parallele Schichten der Höhe  $\Delta z_m$  ( $m = 1 \dots M$ ), so enthält jede Schicht N Nodes mit hexagonalem Querschnitt entsprechend der Geometrie eines WWER-440-Brennelementes (Abb. 1)

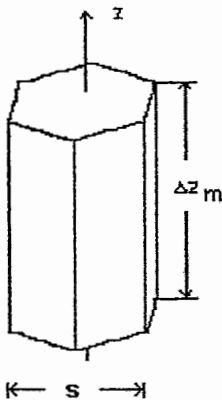


Abb. 1: Node mit hexagonalem Querschnitt und Schlüsselsweite s

Zur Berücksichtigung des axialen und radialen Reflektors ist um die Modellspaltzone ein zusätzlicher Mantel bestehend aus 'Reflektor-Nodes' gelegt. Für die äußeren Oberflächen der Reflektor-Nodes wird gefordert, daß sie für das gesamte Neutronenspektrum schwarz absorbierend sind.

Nodes, die zu Absorberteilen eines Regelelements gehören, sind von den nachfolgenden Betrachtungen ausgeschlossen. Die Absorberteile werden durch weiter unten formulierte Randbedingungen an den Oberflächen der am Führungskanal angrenzenden Brennstoff- bzw. Reflektor-Nodes im reaktorphysikalischen Modell erfaßt.

Nach Integration der Diffusionsgleichung (1) über das Nodevolumen und Anwendung des Gauß'schen Integrationssatzes lauten die nodalen Bilanz-Gleichungen (3) zur Berechnung der mittleren stationären Neutronenflußdichte für eine Node in der Schicht m

$$\frac{2}{3s} \sum_{r=1}^6 \bar{j}_r^m + \frac{1}{\Delta z_m} \sum_{z=7}^8 \bar{j}_z^m + \Sigma^{Rm} \bar{\Phi}_0^m = \bar{Q}_0^m \quad (3)$$

mit s als Schlüsselsweite einer Node. Die Neutronenströme bzw. -flüsse und Quellen sind dabei hinsichtlich der Nodeoberflächen bzw. des Nodevolumens gemittelte Größen (4) ( $k=1 \dots 8$ ). Der

Schichtindex  $m$  wird nachfolgend, soweit Zweideutigkeit ausgeschlossen ist, ignoriert.

$$\begin{aligned}
 \bar{j}_k &= \frac{1}{F_k} \int d\bar{F}_k \bar{j}_k & k=1..8 \\
 \bar{\Phi}_0 &= \frac{1}{V} \int dV \Phi_0 \\
 \bar{Q}_0 &= \frac{1}{V} \int dV Q_0
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Nach Aufspaltung des mittleren Neutronenstromes durch ein Nodeoberflächenteilstück mit dem Index  $k$  in einen "auswärts" und einen "einwärts" gerichteten Partialstrom entsprechend

$$\bar{j}_k = j_k^+ - j_k^-
 \tag{5}$$

mit den Partialstromdichten

$$j_k^\pm = \frac{1}{4 F_k} \int dF_k \left( \Phi_0 \mp 2D \frac{\partial}{\partial n_k} \Phi_0 \right)
 \tag{6}$$

sind benachbarte Nodes über die Stetigkeitsforderung für die partiellen Stromdichten an den gemeinsamen Grenzflächen miteinander gekoppelt. Der obere Index '+' kennzeichnet in (6) wie üblich partielle Out-Stromdichten und '-' steht für partielle In-Stromdichten.  $D$  ist die Diffusionskonstante der Node und  $\frac{\partial}{\partial n_k}$  steht für die partielle Ableitung in Richtung der Oberflächennormalen  $\vec{n}_k$ .

An den äußeren Oberflächen des von Reflektor-Nodes begrenzten Modells wird entsprechend der Annahme schwarzer Neutronenabsorption die Randbedingung

$$j_K^- = 0
 \tag{7}$$

gefordert. Der Index  $K$  steht dabei für die Teilfläche einer Reflektor-Node, die nicht Grenzfläche zu einer benachbarten Node ist.

Die Absorberteile eines Regelelements werden im neutronenphysikalischen Reaktormodell durch Randbedingungen für die partiellen Neutronenströme am Regelelementführungschanal in der Form

$$j_K^- = \frac{l_K - 2D}{l_K + 2D} j_K^+
 \tag{8}$$

berücksichtigt. Der Index K bezieht sich dabei auf die Teilfläche einer Node, die an den Regel-elementführungschanal grenzt und  $l_K$  bezeichnet die entsprechende radiale Extrapolationslänge für die Neutronenflußverteilung an der Grenzfläche. Die Berechnung der Extrapolationslängen  $l_K$  wird im Anhang 1 beschrieben. Sie basiert auf einem Zweigruppenmodell für das Neutronenspektrum innerhalb des mit Moderator gefüllten Führungschanals /16, 17/. Der Absorber wird dabei durch eine unendlich dünne radiale Grenzfläche beschrieben, die für thermische Neutronen schwarz absorbierend und für schnelle Neutronen transparent ist. Die auf Basis dieser Modellannahmen berechneten Zweigruppen-Extrapolationslängen werden anschließend im Sinne der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung /18/ zur Berechnung der in Gleichung (8) auftretenden Extrapolationslängen  $l_K$  verwendet. Für Druckwasserreaktoren vom Typ WWER-440 liegen sie in der Größenordnung von etwa 6.5 .. 8 cm, d.h circa der halben Schlüsselweite  $s$  einer Node.

Zur Berechnung der mittleren Neutronenflußdichte in einer Node ist eine Relation zwischen den partiellen Out- und In-Stromdichten herzustellen. Dazu wird die Diffusionsgleichung (1) unter Berücksichtigung der Fick'schen Beziehung

$$\vec{j} = -D \text{ grad } \Phi_0 \quad (9)$$

näherungsweise gelöst. Mit dem Separationsansatz

$$\Phi_0 = \bar{\Phi}_0 u(x,y)h(z) \quad (10)$$

und den Normierungsbedingungen

$$\int_{(F_{HEX})} dx dy u(x,y) = F_{HEX} \quad (11)$$

und

$$\int_{(\Delta z)} dz h(z) = \Delta z \quad (12)$$

mit  $F_{HEX}$  als Deck- bzw. Bodenfläche und  $\Delta z$  als Höhe der Node folgen nach Integration von (1) über das Nodevolumen die Differentialgleichungen (13,14)

$$(-D\Delta_{xy} + \Sigma^R - (\lambda\Sigma^R - DB_z^2)) u(x,y) = 0 \quad (13)$$

$$(-D\Delta_z + \Sigma^R - (\lambda\Sigma^p - DB_r^2)) h(z) = 0 \quad (14)$$

mit  $\Delta_{xy}$  und  $\Delta_z$  als Komponenten des Laplace-Operators und dem axialen (15) bzw. radialen Buckling (16) entsprechend

$$B_z^2 = \frac{1}{\Delta z} \frac{1}{D\bar{\Phi}_0} \sum_{k=7}^8 (j_k^+ - j_k^-) \quad (15)$$

und

$$B_r^2 = \frac{2}{3s} \frac{1}{D\bar{\Phi}_0} \sum_{k=1}^6 (j_k^+ - j_k^-) \quad (16)$$

Zur Lösung der Helmholtz-Gleichung (13) werden Zylinderkoordinaten eingeführt und der Ansatz

$$u(x,y) = \sum_n a_n J_n(\mu_r r) \exp(in\varphi) \quad (17)$$

verwendet mit

$$\mu_r^2 = \frac{\lambda \Sigma^p - \Sigma^R}{D} - B_z^2 \quad (18)$$

$J_n$  sind dabei die Bessel-Funktionen der Ordnung  $n$  und  $a_n$  komplexe Integrationskonstanten.

Nach Einführung des Äquivalenzradius'  $r$ , der einen zum Nodeboden flächengleichen Kreis repräsentiert entsprechend

$$r = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}} s \quad (19)$$

können die radialen Partialströme und die mittlere Neutronenflußdichte in der Node nach Ausführung der Integrationen in (4) bzw. (6) mit den Integrationskonstanten  $a_n$  in Beziehung gebracht werden (20,21):

$$\bar{\Phi}_0 = \frac{2J_1(\mu r)}{\mu r} a_0 \quad (20)$$

$$j_k^\pm = \frac{3}{2\pi} \sum_n a_n \exp(in(k-1)\frac{\pi}{3}) Z_n^\pm(r) \quad (21)$$



mit

$$Z_n^\pm(r) = \frac{J_n(\mu_r)}{n} \sin\left(n \frac{\pi}{6}\right) \mp D \mu_r \left( \frac{J_{n-1}(\mu_r)}{n-1} \sin\left((n-1) \frac{\pi}{6}\right) - \epsilon \frac{J_{n+1}(\mu_r)}{n+1} \sin\left((n+1) \frac{\pi}{6}\right) \right) \quad (22)$$

In Nodes mit unterkritischer bzw. nichtspaltbarer Materialzusammensetzung sind in (21,22) statt der Bessel-Funktionen entsprechend die modifizierten Bessel-Funktionen  $I_n$  zu verwenden und es ist  $\epsilon=-1$  zu setzen (sonst  $\epsilon=+1$ ).

Zur Lösung der eindimensionalen Helmholtz-Gleichung (14) für die axiale Funktionskomponente  $h(z)$  wird der Ansatz

$$h(z) = c_1 \cos(\mu_z z) + c_2 \sin(\mu_z z) \quad (23)$$

verwendet mit

$$\mu_z^2 = \frac{\lambda \Sigma^P - \Sigma^R}{D} - B_r^2 \quad (24)$$

$c_1$  und  $c_2$  sind Integrationskonstanten. Nach Ausführung der Integrationen in (4) bzw. (6) lassen sich die axialen partiellen Neutronenströme und die mittlere Neutronenflußdichte in der Node mit den Integrationskonstanten  $c_1$  und  $c_2$  in Beziehung setzen (25, 26):

$$\bar{\Phi}_0 = c_1 \frac{2}{\mu_z \Delta z} \sin\left(\frac{\mu_z \Delta z}{2}\right) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} j_7^\pm &= \frac{1}{4} \left( c_1 \left( \cos\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \pm 2\epsilon D \mu_z \sin\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \right) + c_2 \left( \sin\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \mp 2D \mu \cos\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \right) \right) \\ j_8^\pm &= \frac{1}{4} \left( c_1 \left( \cos\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \pm 2\epsilon D \mu_z \sin\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \right) - c_2 \left( \sin\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \mp 2D \mu \cos\left(\mu_z \frac{\Delta z}{2}\right) \right) \right) \end{aligned} \quad (26)$$

Bei unterkritischer Materialzusammensetzung bzw. bei nichtspaltbarem Material in einer Node sind in (25) und (26) anstelle der trigonometrischen Funktionen entsprechend die Hyperbelfunktionen zu verwenden und es ist  $\epsilon=-1$  zu setzen (sonst  $\epsilon=+1$ ).

### 3. Iterationsgleichungen

Bei Beschränkung der Reihenentwicklung (17) auf die ersten sechs linear unabhängigen Summanden sind je Node insgesamt acht Integrationskonstanten und die mittlere Neutronenflußdichte zu bestimmen. Bei einem aus zehn Materialschichten aufgebauten und von Reflektor-Nodes begrenzten Modell eines Reaktors vom Typ WWER-440 sind dies insgesamt 45.468 unbekannte Größen. Zur Lösung stehen mit (3), (21) und (26) sowie notwendigenfalls (7) und (8) insgesamt neun Gleichungen je Node zur Verfügung. Die neun Gleichungen sind über die Stetigkeitsforderung für die partiellen Neutronenströme mit den entsprechenden Gleichungen der benachbarten Nodes gekoppelt. Die Lösung des gekoppelten (im stationären Fall homogenen) Gleichungssystems für eine Reaktorkonfiguration wird anhand eines nachfolgend erläuterten und an /19/ orientierten dreischleifigen Iterationsschemas realisiert.

Die partiellen Neutronenströme und die mittlere Flußdichte einer Node werden mit den Integrationskonstanten entsprechend

$$j^{\pm} + \frac{1}{4} \bar{\Phi}_0 e = \underline{M}^{\pm} a \quad (27)$$

in Beziehung gesetzt. Die Matrix  $e$  stellt die Einheitsspaltenmatrix dar und in  $a$  sind die Integrationskonstanten enthalten. In der quadratischen Matrix  $\underline{M}^{\pm}$  stehen die entsprechend durch Flächen- bzw. Volumenintegration festgelegten Komponenten der genutzten partikulären Lösungsfunktionen für die Differentialgleichungen (13) bzw. (14).

Durch Eliminierung der Integrationskonstanten folgt

$$j^+ = \underline{R} j^- + \frac{1}{4} \bar{\Phi}_0 (\underline{R} - \underline{I}) e \quad (28)$$

mit

$$\underline{R} = \frac{\underline{M}^+}{\underline{M}^-} \quad (29)$$

Hierbei steht  $\underline{I}$  für eine quadratische Einheitsmatrix. Bei zyklischen Matrizen  $\underline{R}$ , wie sie im Falle von Nodes in Hexagonal-Z-Geometrie vorliegen, kann der Term  $(\underline{R} - \underline{I})e$  auf eine skalare Multiplikation mit der Einheitsspaltenmatrix  $e$  reduziert werden.

Nach Elimination des mittleren Neutronenflusses in (28) unter Nutzung der Beziehung

$$\bar{\Phi}_0 e = \frac{1}{\Sigma^R - DB_z^2} \left( \bar{Q}_0 e - \frac{2}{3s} E(j^+ - j^-) \right) \quad (30)$$

für die radiale Flußverteilung bzw.

$$\bar{\Phi}_{0e} = \frac{1}{\Sigma^R - DB_r^2} \left( \bar{Q}_{0e} - \frac{1}{\Delta z} \underline{E}(j^+ - j^-) \right) \quad (31)$$

für die axiale Neutronenflußdichte mit  $\underline{E}$  als quadratische und durchgängig mit Eins besetzte Matrix vom Rang 6 (in 30) bzw. 2 (in 31) lauten die Iterationsgleichungen

$$j^+ = \underline{\hat{R}} j^- + \underline{\hat{Q}} e \quad (32)$$

mit

$$\underline{\hat{R}} = \frac{\underline{R} + \frac{1}{4} \frac{1}{\hat{h}} \underline{\Sigma}^R (\underline{R} - \underline{D}) \underline{E}}{\underline{I} + \frac{1}{4} \frac{1}{\hat{h}} \underline{\Sigma}^R (\underline{R} - \underline{D}) \underline{E}} \quad (33)$$

$$\underline{\hat{Q}} = \frac{\frac{1}{4} \frac{1}{\hat{h}} \underline{\Sigma}^R (\underline{R} - \underline{D})}{\underline{I} + \frac{1}{4} \frac{1}{\hat{h}} \underline{\Sigma}^R (\underline{R} - \underline{D}) \underline{E}} \quad (34)$$

und

$$\underline{\hat{\Sigma}}^R = \Sigma^R - DB_z^2 \quad \hat{h} = \frac{3}{2} s \quad (35)$$

im Falle der Betrachtung radialer Neutronenströme bzw.

$$\underline{\hat{\Sigma}}^R = \Sigma^R - DB_r^2 \quad \hat{h} = \Delta z \quad (36)$$

zur Berechnung der Neutronenflußverteilung in axialer Richtung.

Der Eigenwert  $\lambda$  in (2) und die stationäre Neutronenflußverteilung einer WWER-440-Reaktorkonfiguration können auf der Basis von (32) über ein dreischleifiges Iterationsverfahren, bestehend aus Fluß-, Quell- und Buckling-Iteration, in bekannter Weise [21] berechnet werden.

#### 4. Rauschquellen und Übertragungsfunktionen

Die Neutronenflußverteilung in der Spaltzone wird infolge stochastischer Schwingungen der Regelelemente um die stationäre Verteilung schwanken. Die Schwingungsfrequenzen liegen bei WWER-440-Reaktoren innerhalb des sogenannten Plateau-Bereiches der fouriertransformierten punktkinetischen Gleichungen, d.h. sie sind einerseits wesentlich größer als die Zerfallskonstanten der verzögerten Neutronen, andererseits aber so klein, daß keine Laufzeiteffekte infolge der endlichen Neutronenlebensdauer auftreten. Damit können die Neutronenflußdichteschwankungen durch die Eingruppennäherung in der Prompt-Response-Approximation

$$\operatorname{div} \delta \vec{j} + \Sigma^R(1 - \lambda k_{00}(1 - \beta)) \delta \Phi = \delta q_V \quad (37)$$

beschrieben werden. Wie üblich bezeichnet  $k_{00}$  den unendliche Multiplikationsfaktor und  $\beta$  den relativen Anteil verzögerter Neutronen.

Außer durch die in (37) auf der rechten Seite der Gleichung stehende ortsabhängige Quellverteilung  $\delta q_V$  innerhalb der Spaltzone, können die Neutronenflußschwankungen durch Störungen bei der Neutronenrückstreuung an der Reaktoroberfläche induziert werden. Derartige Störquellen werden durch entsprechende Randbedingungen für die Diffusionsgleichung beschrieben:

$$\delta \Phi + l_0 \frac{\partial \delta \Phi}{\partial n} = \delta q_O \quad (38)$$

Regelelementschwingungen als eine Ursache des Leistungsrauschens in WWER-440-Reaktoren wirken über die Veränderung der Wasserspaltbreite zwischen Regelelement und Führungsschacht auf die Neutronenflußverteilung zurück. Zur Modellierung der Rauschquelle  $\delta q_V$  für den Brennstoffteil eines Regelelementes wird von den Zweigruppen-Diffusionsgleichungen in Prompt-Response-Approximation ausgegangen

$$\begin{aligned} D_1 \Delta \delta \Phi_1 - \Sigma_r \delta \Phi_1 + (1 - \beta)(\Sigma_{p1} \delta \Phi_1 + \Sigma_{p2} \delta \Phi_2) &= \delta q_1 \\ D_2 \Delta \delta \Phi_2 - \Sigma_a \delta \Phi_2 + \Sigma_{12} \delta \Phi_1 &= \delta q_2 \end{aligned} \quad (39)$$

unter Nutzung der üblichen Symbolik. Die Rauschquellen sind örtliche Störungen der Reaktiosraten entsprechend

$$\begin{aligned} \delta q_1 &= \delta \Sigma_r \Phi_{10} + (1 - \beta)(\delta \Sigma_{p1} \Phi_{10} + \delta \Sigma_{p2} \Phi_{20}) \\ \delta q_2 &= \delta \Sigma_{12} \Phi_{10} + \delta \Sigma_a \Phi_{20} \end{aligned} \quad (40)$$

Schwankungen der Diffusionskonstanten sollen für die hier betrachteten eng begrenzten Quellorte ausgeschlossen bleiben.

Wird ein Regelement innerhalb seines Führungskanals entsprechend Abb. 2 um die Strecken  $\delta x$  und  $\delta y$  aus seiner Ruhelage verschoben, so ändert sich die Wasserspaltbreite

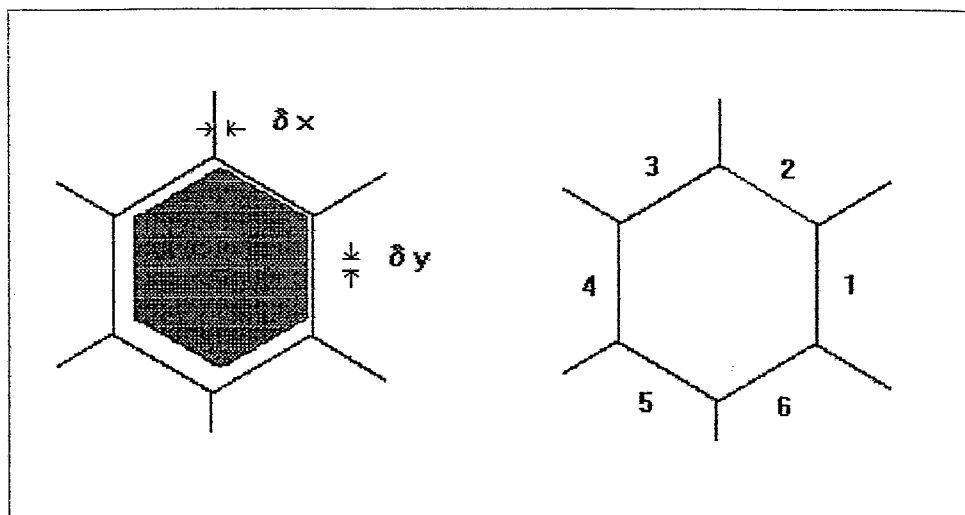


Abb. 2: Schematische Darstellung einer Regelementverschiebung und Numerierung der vertikalen Führungsschachtseiten

an der Führungskanalseite  $k$  ( $k=1 \dots 6$ ) um den Betrag  $\delta s_k$ . Ist  $\delta s_k$  negativ, d.h. wird der Wasserspalt verkleinert, so führt dies zu einer entsprechenden Substitution von Moderator durch Brennstoff. Die damit verbundenen Änderungen der Wirkungsquerschnitte können als Flächenquelle für die Störung der Neutronenflußverteilung beschrieben werden [12]. Für die Hexagonseite 1 (nachfolgend gekennzeichnet durch den oberer geklammerter Index 1) lassen sich die Störungen einer beliebigen Reaktionsrate, nachfolgend beziffert mit dem Index  $\xi$ , mit Hilfe der Dirac'schen Delta-Funktion und der Heaviside'schen Sprungfunktion durch

$$\delta \Sigma_{\xi}^{(1)} \Phi_{g0}^{(1)} = (\Sigma_{\xi}^{(1)W} - \Sigma_{\xi}^{(1)B}) \Phi_{g0}^{(1)} \delta s_1 \delta(x - \frac{s}{2}) \Theta(y - \frac{s}{2\sqrt{3}}) \Theta(\frac{s}{2\sqrt{3}} - y) \Theta(z - \frac{\Delta z}{2}) \Theta(\frac{\Delta z}{2} - z) \quad (41)$$

beschreiben. Der Index  $g0$  bezieht sich auf die Zugehörigkeit des stationären Neutronenflusses zur Gruppe  $g$  ( $g=1$  oder  $2$ ). Nach entsprechender Änderung der Argumente für die Delta- bzw. Sprungfunktionen in (41) können die Flächenquellen für die restlichen radialen Teilflächen der Brennstoffnode eines Regelementes analog dargestellt werden. Damit sind für diese Nodes sechs Flächenquellen formuliert. Für die den Führungsschacht radial begrenzenden sechs Nodes ist (41) an der gemeinsamen Grenzfläche sinngemäß anzuwenden. Sind die Spaltstoffanreicherungen von Regelementnode und benachbarter Node verschieden, so kommt es folgerichtig an der gemeinsamen Grenzfläche zu einem Sprung in der Quellverteilung.

Nach Integration der Diffusionsgleichung (37) über das Nodevolumen und Transformation der Zweigruppenrausquellen (41) im Sinne der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung (siehe Anhang 2) lauten die nodalen Bilanz-Gleichungen zur Berechnung der Neutronenflußdichteschwankungen

$$\frac{2}{3S} \sum_{r=1}^6 (\delta j_r^+ - \delta j_r^-) + \frac{1}{\Delta z} \sum_{z=7}^8 (\delta j_z^+ - \delta j_z^-) + \Sigma^R (1 - \lambda k_{00} (1 - \beta)) \delta \Phi = \sum_{k=1}^6 c_k \Phi_{0k} \delta s_k \quad (42)$$

$\Phi_{0k}$  ist in (42) der stationäre Fluß auf der Hexagonseite  $k$  einer Brennstoff-Node. Die Berechnung der Proportionalitätsfaktoren  $c_k$  aus den Zweigruppenquellgleichungen (40) ist im Anhang 2 dargestellt.

Als Rauschquelle für den Absorberteil eines Regelelementes wird eine Störung bei der Neutronenrückstreuung betrachtet. Diese Störung ist proportional zur Änderung der Wasserspaltbreite  $\delta s_k$  und der stationären Neutronenstromdichte  $j_{0k}$  durch die Randfläche  $k$

$$\delta j_k^- = \frac{l_{0k} - 2D}{l_{0k} + 2D} \delta j_k^+ + \frac{l_{1k}}{l_{0k} + 2D} j_{0k}^- \delta s_k \quad (43)$$

mit  $D$  als Diffusionskonstante im Wasserspalt und  $l_{0k}$  als stationäre Extrapolationslänge an der Führungskanalseite  $k$ . Die Berechnung des Proportionalitätsfaktors  $l_{1k}$  ist im Anhang 3 dargestellt.

Auf der äußeren Reaktoroberfläche wird wie im stationären Fall die Randbedingung

$$\delta j_K^- = 0 \quad (44)$$

gefordert, wobei der Index  $K$  für diejenigen Oberflächenteilstücke einer Reflektor-Node steht, die nicht Grenzfläche zu einer benachbarten Node sind.

Die über gemeinsame Grenzflächen gekoppelten Bilanz-Gleichungen zur Berechnung der mittleren Neutronenflußdichteschwankungen in einer Node sind bei Kenntnis der Rauschverteilung mit den gleichen numerischen Verfahren lösbar wie die stationären Gleichungen (siehe Abschnitt 2) unter Aussparung der Quell-Iteration zur Bestimmung des Eigenwertes  $\lambda$ .

Zur Lokalisierung einer Node werden ganzzahlige Koordinaten  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$  entsprechend Abb. 3 eingeführt. Die Übertragungsfunktionen  $h^x(\mathbf{d}, \mathbf{q})$  bzw.  $h^y(\mathbf{d}, \mathbf{q})$  bezüglich der induzierten Flußschwankungen in einer Node mit den Koordinaten  $\mathbf{d}$  als Folge stochastischer Auslenkungen einer Quell-Node mit den Koordinaten  $\mathbf{q}$  um die Wegstrecken  $\delta x_q$  bzw.  $\delta y_q$  sind durch

$$\frac{\delta \Phi(\mathbf{d}, \mathbf{q})}{\Phi_0(\mathbf{d})} = h^x(\mathbf{d}, \mathbf{q}) \delta x_q + h^y(\mathbf{d}, \mathbf{q}) \delta y_q \quad (45)$$

definiert [12]. Sie charakterisieren das örtliche Übertragungsverhalten des Reaktors und werden nachfolgend anhand numerischer Daten näher diskutiert.

## 5. Diskussion numerischer Berechnungen

Zur Berechnung der Übertragungsfunktionen und der stationären Neutronenflußverteilung in einer Spaltzone entsprechend der Brenn- und Regelelement-Konfiguration eines WWER-440-Reaktors (Abb. 3)

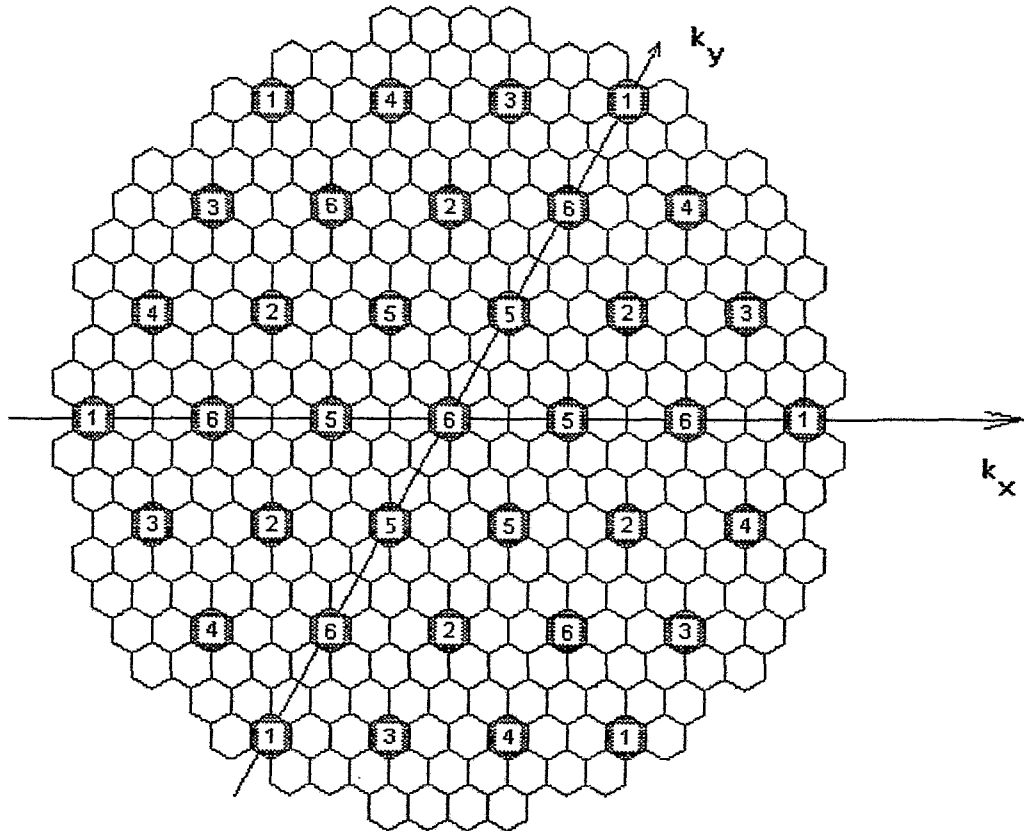


Abb. 3: Schematische Darstellung des Querschnitts einer WWER-440-Spaltzone mit Bezeichnung der Gruppenzugehörigkeit für die Regelelemente

ist das Programmpaket NOISE\_3D entwickelt worden. Es geht für die stationären Berechnungen bezüglich der radialen Symmetrieeigenschaften in der Spaltzone von einer 1/12 Antisymmetrie in der Materialbeladung aus. Optional kann der Beladungsplan für alle 349 Brennelemente vorgegeben und damit bei Bedarf von der 1/12 Antisymmetrie abgewichen werden.

Für die nachfolgend diskutierten Berechnungen sind drei verschiedene Typen von Brennelementen verwendet worden. Die entsprechenden Nodes werden in den Belegungsplänen (Abb. 4 und 5) mit den Ziffern "1" bis "3" gekennzeichnet. Sie beziehen sich auf drei verschiedene Brennstoffanreicherungen ( $k_{00} = 0.94$ ,  $k_{00} = 1.08$  und  $k_{00} = 1.20$ ). Weiterhin sind Nodes, die zu den Absorberteilen der Regelelemente gehören mit "4" und Reflektor-Nodes mit "r" gekennzeichnet. Für Nodes, die die Brennstoffteile eines Regelelementes bilden wird durchgängig eine Brennstoffanreicherung entsprechend  $k_{00} = 1.08$  (Typ "2") angenommen.

Die Eingruppen-Diffusionskonstante  $D$ , der unendliche Multiplikationsfaktor  $k_{00}$  und der Verlustquerschnitt  $\Sigma^R$  für eine Node wurde aus den in /13/ veröffentlichten und in Tab. 1 aufgeführten Zweigruppen Daten auf Basis der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung berechnet.

	1	2	3	4	r
$D_1$ (cm)	1.34660	1.33770	1.33220	1.19530	1.44850
$D_2$ (cm)	0.37169	0.36918	0.36502	0.19313	0.25176
$\Sigma_{r1}$ (1/cm)	0.025255	0.024709	0.024350	0.035636	0.033184
$\Sigma_{a2}$ (1/cm)	0.064277	0.079361	0.100100	0.134980	0.032839
$\Sigma_{p1}$ (1/cm)	0.004449	0.005534	0.007039	0	0
$\Sigma_{p2}$ (1/cm)	0.073753	0.105810	0.149640	0	0
$\Sigma_{1-2}$ (1/cm)	0.016893	0.015912	0.014888	0.022264	0.032262

Tab. 1: Zweigruppenkonstanten nach /13/

Mit den Berechnungsvorschriften

$$D = \frac{D_1 \Sigma_{a2} + D_2 (\Sigma_{r1} - \Sigma_{p1})}{\Sigma_{a2} + \Sigma_{1-2}}$$

$$\Sigma^R = \frac{\Sigma_{r1} \Sigma_{a2}}{\Sigma_{a2} + \Sigma_{1-2}} \quad (46)$$

$$k_{00} = \frac{\Sigma_{p1}}{\Sigma_{r1}} + \frac{\Sigma_{p2} \Sigma_{1-2}}{\Sigma_{a2} \Sigma_{p1}}$$

erhält man die folgenden Eingruppenparameter (Tab. 2)

	1	2	3	4	r
$D$ (cm)	1.161621	1.188587	1.214667	1.069828	0.858999
$\Sigma^R$ (1/cm)	0.019999	0.020582	0.021197	0.030590	0.016739
$k_{00}$	0.943672	1.082564	1.203086	0	0

Tab 2: Eingruppenkonstanten

Als Reaktorhöhe wurde ein Wert von  $H=246$  cm angenommen. Bezüglich der axialen Nodalisierung ist der Reaktor aus 10 Schichten zuzüglich einer oberen und einer unteren Reflektorschicht mit jeweils gleicher Höhe wie eine Brennstoffnode aufgebaut.

Den Testrechnungen liegen zwei unterschiedliche Reaktorbeladungen zugrunde, nämlich die homogene Beladung ("hom", siehe Abb. 4), bei der alle Brennelemente aus Brennstoff mit dem Anreicherungstyp "2" bestehen und eine heterogene Beladung ("het"), bei der der in Abb. 5 dargestellte Belegungsplan vorliegt.



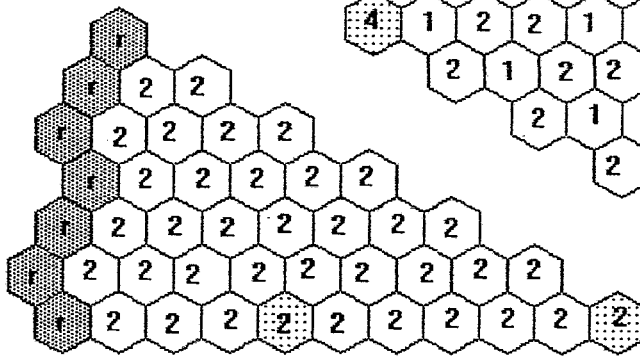


Abb. 4: Homogene Testkonfiguration  
1/12 Antisymmetrie

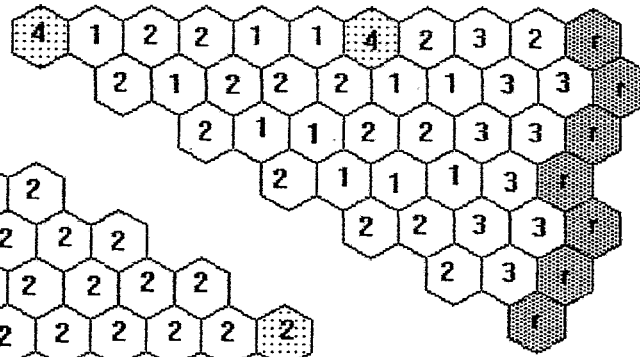


Abb. 5: Heterogene Testkonfiguration  
1/12 Antisymmetrie

In Abb. 6 ist die mit der stationären Option von NOISE\_3D berechnete Reaktivität der Regelelementgruppe 6 dargestellt. Die Abhängigkeit der Reaktivität von der Regelelementeintauchtiefe steht in guter Übereinstimmung mit entsprechenden Abschätzungen, die auf der Basis eines homogenen Zylinderreaktormodells vorgenommen wurden /22/.

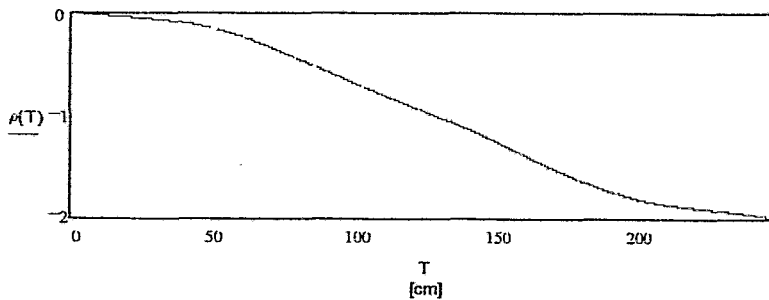


Abb. 6: Reaktivität  $\rho$  in % als Funktion der Eintauchtiefe T der Regelgruppe 6 für die homogene Brennstoffkonfiguration

In den Abb. 7 und 8 sind die Übertragungsfunktionen  $h^x$  und  $h^y$  für zwei feste Detektorpositionen

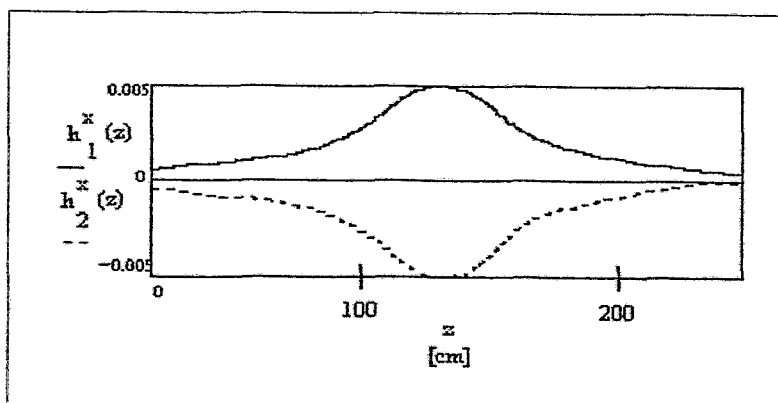


Abb. 7:  
Übertragungsfunktion  
 $h^x(\mathbf{q}, \mathbf{d})$  in 1/cm als  
Funktion der axialen  
Quellposition ( $T=0$ )  
 $h_1^x: \quad \mathbf{q}=(0,0,1 \dots 10)$   
 $\quad \mathbf{d}=(1,0,5)$   
 $h_2^x: \quad \mathbf{q}=(6,0,1 \dots 10)$   
 $\quad \mathbf{d}=(5,0,5)$

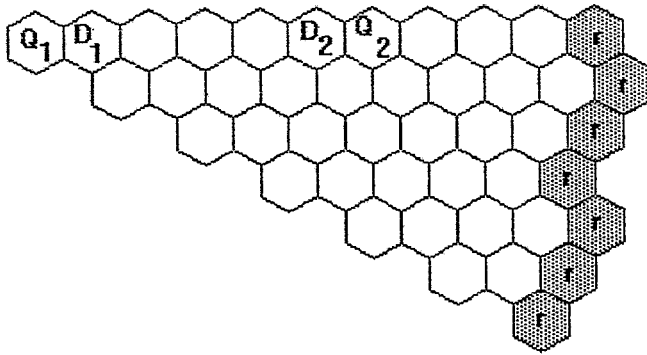


Abb. 7a: Position von Quell- und Detektornode in Reaktorschicht 5

bei variabler axialer Quellposition ( $q_z = 1 \dots 10$ ) dargestellt. Die Spaltzonenkonfiguration entspricht der von Abb. 5 (heterogen). Als Rauschquelle fungierten Nodes des zentralen Regelelements (Index "1" der Übertragungsfunktion) und eines exzentrisch positionierten Regelelements der Regelgruppe 6 (Index "2"). Die axiale Position der Detektornodes liegt jeweils in der ersten Reaktorschicht unterhalb der halben Reaktorhöhe ( $d_z = 5$ ).

In Abb. 7 bezieht sich die Übertragungsfunktion mit dem Index "1" auf eine Detektorposition "rechts" neben der Rauschquelle (zentrales Regelelement, Schwingungen ohne Reaktivitätseffekt) während die Übertragungsfunktion mit dem Index "2" auf einen "links" neben der Rauschquelle (exzentrisches Regelorgan, Schwingungen in einem Flußgradienten) positionierten Detektor zeigt. Infolge des geringen Einflusses des Reaktivitätsterms in der Übertragungsfunktion  $h^y_2$  haben die beiden Übertragungsfunktionen  $h^y_1$  und  $h^y_2$  entsprechend der jeweiligen relativen Lage von Detektor- und Quellort unterschiedliches Vorzeichen.

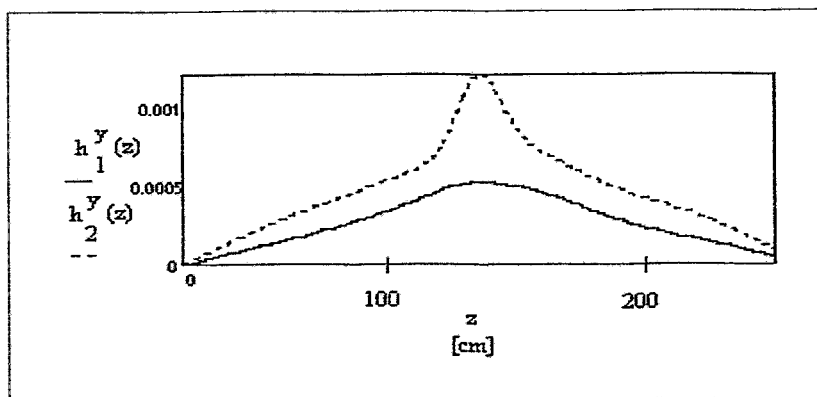


Abb. 8:  
Übertragungsfunktion  $h^y(\mathbf{q}, \mathbf{d})$  in 1/cm als Funktion der axialen Quellposition ( $T=0$ )  
 $h^y_1$ :  $\mathbf{q}=(0,0,1..10)$   
 $\mathbf{d}=(6,3,5)$   
 $h^y_2$ :  $\mathbf{q}=(6,0,1..10)$   
 $\mathbf{d}=(6,3,5)$

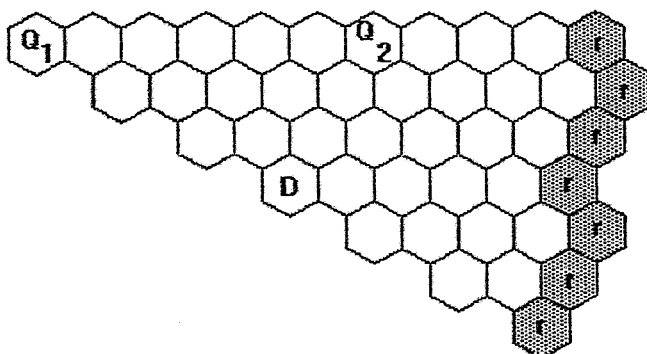


Abb. 8a: Position von Quell- und Detektornode in Reaktorschicht 5

In Abb. 8 werden Schwingungen der Regelelemente in azimuthaler Richtung betrachtet. Diese Schwingungsrichtung führt bei den vorausgesetzten Symmetrieeigenschaften der Spaltzonenbeladung auch bei den exzentrisch positionierten Regelelementen der Regelgruppe 6 zu keinem Reaktivitätseffekt. Die Entfernung der Detektornode in Abb. 8 ist bei Quellnodes, die in der gleichen Reaktorschicht liegen, für beide Regelelemente unterschiedlich. Dies erklärt in diesem Fall den größeren Einfluß des exzentrisch positionierten Regelelementes auf das Detektorsignal. Entsprechend der jeweiligen relativen Lage von Detektor- und Quellort sind die Übertragungsfunktionen mit gleichem Vorzeichen behaftet. Wie im Falle von Schwingungen in radialer Richtung (Abb. 7) haben die Übertragungsfunktionen bezüglich der axialen Abhängigkeit in der Nähe der Quellnode ihre Maximalwerte bezüglich des Betrages und sind mit zunehmender Entfernung zwischen Quell- und Detektornode in entsprechendem Maße räumlich gedämpft.

In den Abb. 9 und 10 sind in Drahtgitterdarstellung die stationären Neutronenflußverteilungen für die homogene Spaltzonenkonfiguration in einer Reaktorschicht ohne (Abb. 9) und mit (Abb 10) Absorbernodes dargestellt. Auf eine Skalierung der Abbildungen ist der Einfachheit halber verzichtet worden. Alle Darstellungen sind auf den jeweils betragsmäßig größten Flußwert normiert. Bei der angenommenen Eintauchtiefe  $T$  der Regelgruppe 6 von  $T=2$  sind die Regelelemente rund 49 cm in die Spaltzone eingetaucht. Die durch die Absorberteile eines Regelelementes verursachte starke Flußwölbung ist deutlich erkennbar.

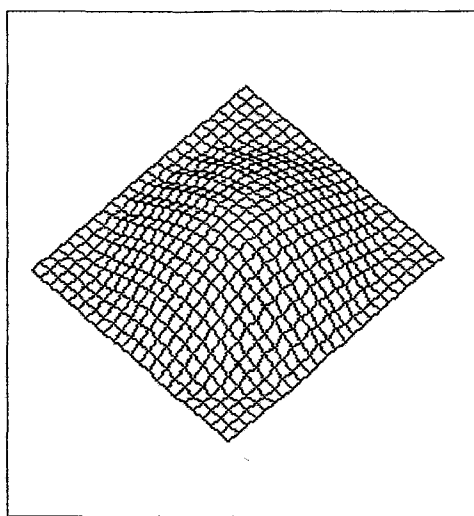


Abb. 9: Stationäre Flußverteilung in der Reaktorschicht 5 ( $T=2$ ) (homogene Beladung)

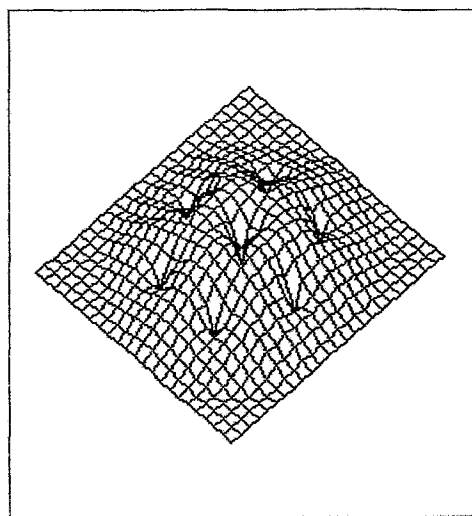


Abb. 10: Stationäre Flußverteilung in der Reaktorschicht 2 ( $T=2$ ) (homogene Beladung)

Die stationären Flüsse für die heterogene Spaltzonenbeladung sind in den Bildern 11 und 12 dargestellt. Die höhere Anreicherung der Brennelemente am Spaltzonenrand führt zu einer in Abb. 11 deutlich erkennbaren Glättung der Neutronenflußverteilung unterhalb der Regelelementeintauchtiefe.

Die wesentlichen Charakteristika der Übertragungsfunktionen bezüglich einer radialen Abhängigkeit werden am Beispiel von stochastischen Schwingungen der exzentrisch positionierten Regelelemente der Regelgruppe 6 erläutert. Die Eintauchtiefe der Regelelemente in die Spaltzone ist identisch mit der der gerade betrachteten stationären Fälle.

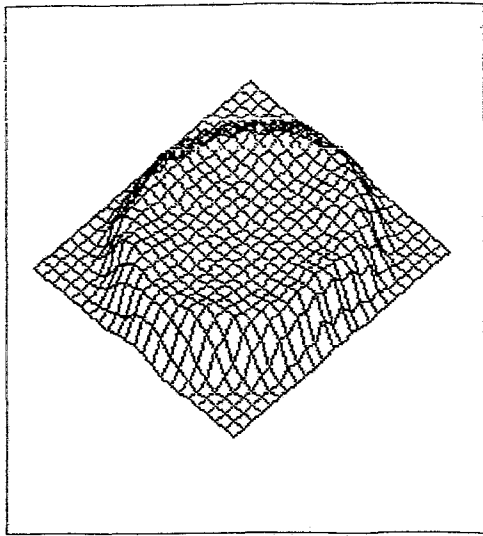


Abb. 11: Stationäre Flußverteilung in der Reaktorschicht 5 ( $T=2$ ) (heterogene Beladung)

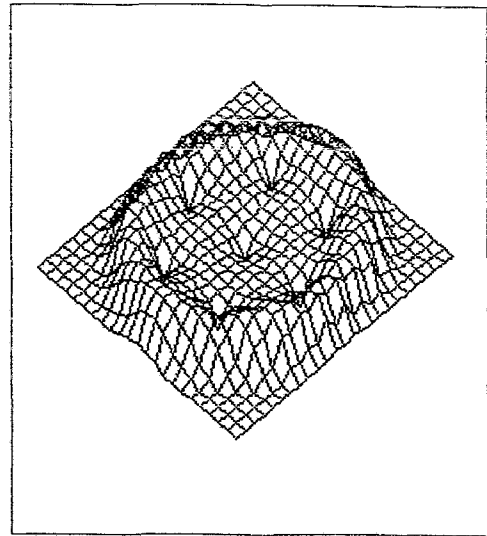


Abb. 12: Stationäre Flußverteilung in der Reaktorschicht 2 ( $T=2$ ) (heterogene Beladung)

In den Abbildungen 13 ..16 sind Übertragungsfunktionen für das exzentrisch positionierte Regelement ( $q=(6,0,1 \dots 10)$ ) in einer homogenen Brennstoffkonfiguration dargestellt. Zur Diskussion der wesentlichen Unterschiede in den Übertragungsfunktionen für Brennstoff- und Absorbernodes sind die Quellnodekoordinaten entsprechend gewählt worden ( $q_z = 5$  für eine Brennstoffnode (Abb. 13 und 15) und  $q_z = 2$  für eine Absorberteilnode (Abb. 14 und 16) als Rauschquelle). Für Schwingungen mit Reaktivitätseffekt (siehe Abb. 13 und 14) ist der entsprechende globale Anteil in der Übertragungsfunktion für Brennstoffquellnodes (Abb. 13) deutlich stärker ausgeprägt als bei Absorberquellnodes (Abb. 14). Die unterschiedlichen Vorzeichen in den langreichweitigen Funktionskomponenten belegen die entgegengesetzte Wirkung von

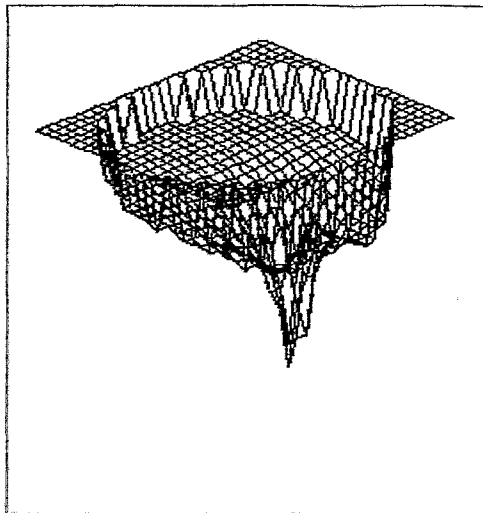


Abb. 13: Übertragungsfunktion  $h^x$  für  $q=(6,0,5)$  und  $d=(d_x, d_y, 5)$  bei homogener Beladung

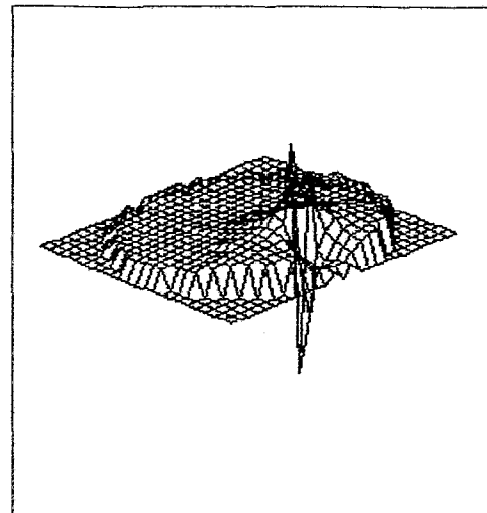


Abb. 14: Übertragungsfunktion  $h^x$  für  $q=(6,0,2)$  und  $d=(d_x, d_y, 2)$  bei homogener Beladung

Brennstoff- und Absorberquellnodes auf die Neutronenflußverteilung in der Spaltzone. Unterschiedliche Vorzeichen in den Übertragungsfunktionen treten auch bei azimuthaler Schwingungsrichtung auf (Abb. 15 und 16).

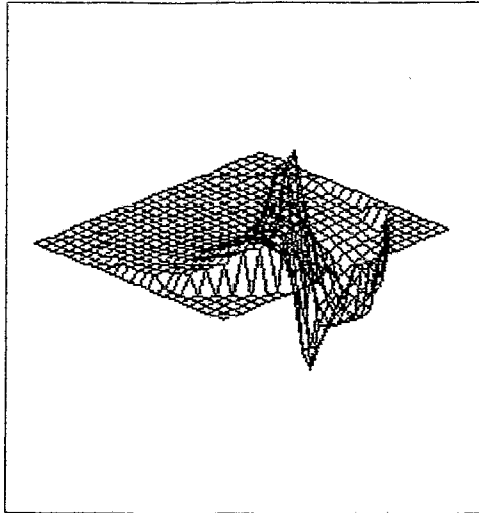


Abb. 15: Übertragungsfunktion  $h^y$  für  $\mathbf{q}=(6,0,5)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 5)$  bei homogener Beladung

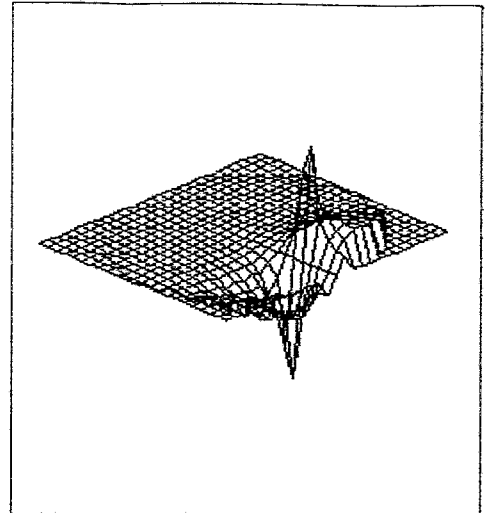


Abb. 16: Übertragungsfunktion  $h^y$  für  $\mathbf{q}=(6,0,2)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 2)$  bei homogener Beladung

Den Abbildungen 17 .. 20 liegen die gleichen Quell- und Detektornodes zugrunde. An die Stelle einer homogenen Brennstoffbeladung tritt hier eine nach Abb. 5 vorgegebene heterogene Spaltzonenkonfiguration. Infolge der relativ geringen Krümmung der stationären Neutronenflußverteilung in der Umgebung der Brennstoffquellnode ist der Reaktivitätsterm in der Über-

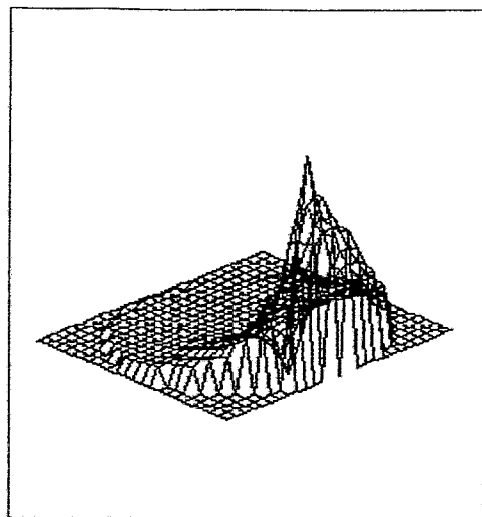


Abb. 17: Übertragungsfunktion  $h^x$  für  $\mathbf{q}=(6,0,5)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 5)$  bei heterogener Beladung

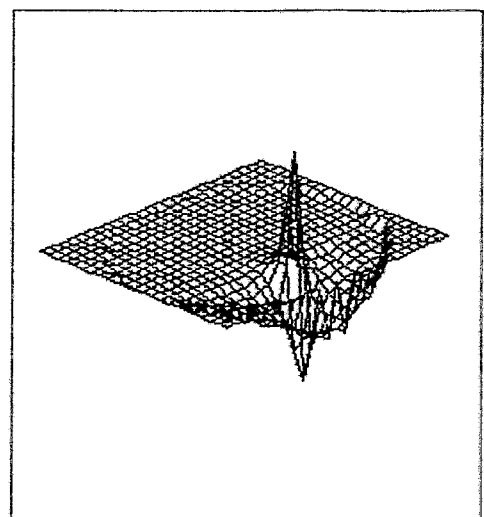


Abb. 18: Übertragungsfunktion  $h^x$  für  $\mathbf{q}=(6,0,2)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 2)$  bei heterogener Beladung

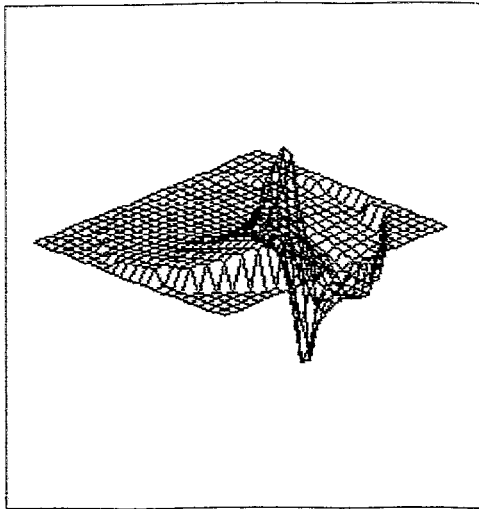


Abb. 18: Übertragungsfunktion  $h^y$  für  $\mathbf{q}=(6,0,5)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 5)$  bei heterogener Beladung

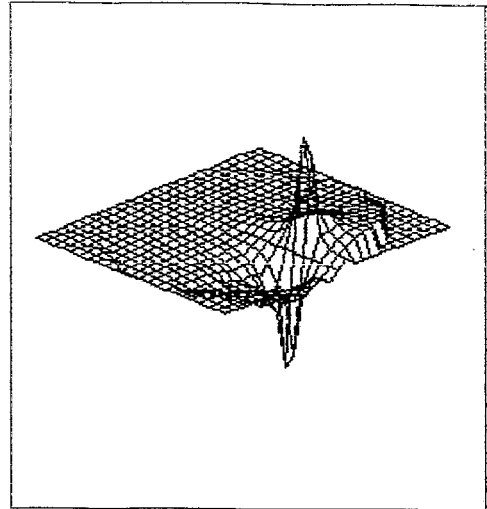


Abb. 19: Übertragungsfunktion  $h^y$  für  $\mathbf{q}=(6,0,2)$  und  $\mathbf{d}=(d_x, d_y, 2)$  bei heterogener Beladung

tragungsfunktion  $h^x$  (Abb. 17) deutlich schwächer ausgeprägt als im Falle der homogenen Brennstoffbeladung (siehe Abb. 13). Die aus der vorliegenden heterogenen Spaltzonenbeladung resultierende höhere Brennstoffanreicherung in der Nähe des radialen Reaktorrandes und die damit verbundene geringfügige Aufwölbung des stationären Flusses in Randnähe (siehe Abb. 12) macht sich bei exzentrisch positionierten Regelementen der Gruppe 6 bei Schwingungen in radialer Richtung in einer Vorzeichenumkehr gegenüber den entsprechenden Übertragungsfunktionen für die homogene Spaltzonenbeladung bemerkbar.

## 6. Schlußfolgerungen

Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte nodale Verfahren zur Berechnung der Übertragungsfunktionen für die Abbildung stochastischer Regelelementschwingungen im Neutronenflußrauschen eines Reaktors vom Typ WWER-440 basiert auf der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung zur Beschreibung des Neutronenenergiespektrums und der Neutronenflußdichte in einem Druckwasserreaktor. Die Rauschquellen sind auf der Grundlage von störungstheoretischen Ansätzen für die Zweigruppen-Diffusionsgleichungen und deren Randbedingungen in einem eng begrenzten Quellgebiet im neutronenphysikalischen Modell erfaßt. Für das Frequenzspektrum der Schwingungsanregung wird vorausgesetzt, daß es innerhalb des sogenannten Plateaubereiches der fouriertransformierten punktkinetischen Gleichungen liegt.

Innerhalb des nodalen Eingruppenmodells für die Störungsübertragung werden die Rauschquellen als Flächenquellen für die Neutronendiffusion dargestellt. Zurückgeführt werden die Flächenquellen bei Brennstoff-Nodes auf Schwankungen der Zweigruppen-Wirkungsquerschnitte im Wasserspalt des Regelelementführungskanals.

Das Absorbermodell basiert auf der Vorstellung einer für schnelle Neutronen transparenten und für thermische Neutronen schwarz absorbierenden Grenzfläche. Eine Änderung der Wasserspaltbreite bewirkt eine dazu proportionale Änderung der Rückstreukoeffizienten für die partiellen Neutronenströme durch die Nodeflächen, die den Führungskanal bilden.

Die auf der Grundlage einer Zweigruppenbetrachtung entwickelten Quellmodelle sind an das nodale Übertragungsmodell im Sinne der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung gekoppelt worden.

Werden die unter den eben genannten Annahmen berechneten Übertragungsfunktionen für 3D-Reaktorkonfigurationen mit Nodes in Hexagonal-Z-Geometrie betrachtet, so lassen sich im wesentliche folgende Schlüsse ziehen:

- Der Einfluß der inhomogenen Brennstoffbeladung auf das Übertragungsverhalten eines WWER-440-Reaktors ist äußerst komplex. In Übereinstimmung mit entsprechenden Berechnungen für stochastische Brennelementschwingungen anhand eines 2D-Reaktormodells /12/ kann es an verschiedenen Detektorpositionen während eines Betriebsjahres sogar zu einem Wechsel im Vorzeichen der Übertragungsfunktionen kommen. Dies ist eine Folge des langfristigen Borsäureabbaus im Moderator im Verlaufe des Zyklus. Die Übertragungsfunktionen für Schwingungen der Absorberteile eines Regelelementes sind dagegen relativ "unempfindlich" gegenüber Änderungen bezüglich der Borsäurekonzentration.

- Bei stochastischen Schwingungen, die mit einem Reaktivitätseffekt erster Ordnung in Verbindung stehen (Schwingungen in Richtung eines von Null verschiedenen Flußgradienten) ist der Reaktivitätsterm innerhalb der Übertragungsfunktionen im hier ausschließlich betrachteten Frequenzbereich von etwa 0.1 .. 10 Hz zumeist nicht dominant. Die Analyse der Phasen von kreuzkorrelierten Meßsignalen verschiedener Neutronenincoredetektoren, die in einer horizontalen Ebene in der Spaltzone angeordnet sind, bietet demnach eine aussichtsreich erscheinende Möglichkeit zur Lokalisierung einer Rauschquelle der hier betrachteten Art.

- Die Übertragungsfunktionen für Schwingungen der Brennstoffteile und Absorberteile eines Regelelementes haben unterschiedliches Vorzeichen. Damit ist bei Regelelementen, die "hinreichend" weit in die Spaltzone eintauchen, eine signifikante Möglichkeit zur Diagnose von Schwingungsparametern des Doppelpendels gegeben.

- Eine Abschirmung des Quellsignals durch die Absorberteile der Regelelemente ist nicht erkennbar, d.h. die Flußwölbung bezüglich der Schwankungsanteile in der Neutronenflußdichte ist in der Nähe eines von der Rauschquelle "hinreichend" weit entfernten Regelelementes ähnlich stark ausgeprägt wie bei der stationären Neutronenflußverteilung.

- Die Abhängigkeit der ortsabhängigen Übertragungsfunktionen von der Z-Koordinate hat qualitativ ähnliche Merkmale wie eine Übertragungsfunktion, die entsprechend auf der Basis eines "reinen" 1D-Modells berechnet worden wäre. Eine unabhängige Behandlung von "axialem" und "radialem" Problem ist jedoch bei heterogenen Reaktorkonfigurationen wie sie im Falle von WWER-440-Reaktoren vorliegen infolge der starken Ortsabhängigkeit der axialen und radialen Bucklingwerte zumindest bedenklich.

Bei der Fortführung der Untersuchungen sollten folgende Schwerpunkte in Betracht gezogen werden:

- Das Eingruppen-Übertragungsmodell ist anhand eines Zweigruppen-Ansatzes zu verifizieren. Die hier vorgestellten nodalen Übertragungs- und Rauschquellenmodelle lassen sich prinzipiell hinsichtlich einer Mehrgruppenbehandlung des Neutronenfeldes verallgemeinern bzw. nach einer entsprechenden Neubelegung der Response-Matrizen (29) auf andere Node-Geometrien anwenden. Für eine erste Abschätzung genügt ein 2D-Reaktormodell.

- Durch eine weitere Verfeinerung der radialen Maschenabstände ist der Einfluß der Nodegeometrie auf die Genauigkeit der Ergebnisse zu überprüfen. Für die hier betrachteten Nodes mit hexagonalem Querschnitt bietet sich die Aufteilung einer Node in sechs gleichseitige Dreiecke an. Ein Modell auf der Basis von Nodes mit einem dreieckigen Querschnitt hätte weiterhin den Vorteil der leichten Übertragbarkeit auf eine quadratische Brennelementgeometrie wie sie in deutschen Druckwasserreaktoren vorrangig zu finden ist anstelle der in der vorliegenden Arbeit betrachteten Sechseckgeometrie.

- Anhand rein analytisch beherrschbarer Modellansätze sollten die Übertragungsfunktionen für die Pendelbewegung eines WWER-Regelelementes berechnet werden, um ein tieferes Verständnis für die oben aufgeführten charakteristischen Merkmale der Übertragungsfunktionen zu erlangen. Dazu bietet sich als Reaktormodell der homogene Zylinderreaktor in der Eingruppen-Diffusionsnäherung an bei ausschließlicher Betrachtung von Pendelschwingungen der Brennstoffteile eines Regelelementes.

- Im vorliegenden Quellmodell sind Torsionsschwingungen der Regelelemente nicht berücksichtigt. Ein diese Schwingungsart beschreibender Modellansatz ist offen und könnte zunächst anhand einer 2D-Quellgeometrie entwickelt werden.

- Die Rauschquelle für den Absorberteil eines WWER-Regelelementes wird hier auf der Basis eines 1D-Geometriemodells beschrieben. Eine Abschätzung des damit verbundenen Fehlers bei der Berechnung der Extrapolationslänge sollte einer diesbezüglich detaillierten Betrachtung unterworfen werden.

Die Forschungsarbeiten zur vorliegenden Problematik wurden vom Sächsischen Staatsministerium für Wissenschaft und Kunst finanziell getragen und sind im Rahmen eines Gemeinschaftsprojektes zwischen dem Forschungszentrum Rossendorf e. V. und der Hochschule für Technik, Wirtschaft und Sozialwesen Zittau/Görlitz (FH) realisiert worden. Der Autor ist besonders den Herrn Prof. Dr. F.-P. Weiß, Dr. U. Grundmann, Dr. D. Lucas (alle FZR) und Prof. Dr. K. Meyer (HTWS Zittau/Görlitz (FH)) für die fachliche Diskussion und organisatorische Unterstützung zu Dank verpflichtet.



## Literaturverzeichnis

- / 1/ V. Bauernfeind; B.J. Olma; R. Sunder; D. Wach: Development of diagnostic methods for on-line condition monitoring of primary system components; Kerntechnik 58(1993)2, S.84-97
- / 2/ P. Liewers: Rauschdiagnostik; Akademie-Verlag, Berlin 1985
- / 3/ G. Grunwald; P. Liewers; P. Schumann; F.-P. Weiß: Experimental Investigation of Flow- Induced Control Element Movements by Mean of Noise Analysis- Technique; Nuclear Power Plant Control and Instrumentation 1(1978), S. 291-302
- / 4/ E. Altstadt; F.-P. Weiß: Experimental and Numerical Investigation of Control Element Vibration During Abnormal Core Barrel Motion at a VVER-440 Type Reactor; Procc. of the 1993 International Simulators Conference (Simulators X, Arlington, VA), 25(4), S. 48-53
- / 5/ E. Laggiard; J. Runkel; D. Stegemann: One-Dimensional Bimodal Model of Vibration and Impacting of Instrument Tubes in a Boiling Water Reactor; Nucl. Sc. En. 115(1993), S. 62-70
- / 6/ E. Altstadt; G. Grunwald; F.-P. Weiß: Theoretical Vibration Model of VVER Reactors Considering Fluid-Structure-Interaction; Procc. SMORN VII (Avignon 95) Vol. 2 (9.7)
- / 7/ K. Meyer: Übertragung von Schwingungen von Steuerorganen eines Reaktors WWER-440 im Normalbetrieb; Kernenergie 34(1991)3, S. 77-81
- / 8/ S. Collatz: Modelluntersuchung zu Neutronenflußschwankungen in Druckwasserreaktoren durch kollektive Bewegung von Regelorganen; Kernenergie 34(1991)6, S. 249-252
- / 9/ R. Barthel: Zur Anwendung der Neutronenrauschanalyse für die Überwachung von Regelelementschwingungen; Kernenergie 28(1985)2, S. 61-69
- / 10/ F. Hollstein: Nodales Modell zur Berechnung der Neutronenflußdichteschwankungen infolge stochastischer Schwingungen von Regelelementen mit hexagonalem Querschnitt; FZR-52 (August 1994)
- / 11/ F. Hollstein; K. Meyer: Calculation of Neutron Noise due to Control Rod Vibration using Nodal Methods for Hexagonal-Z-Geometry; Procc. SMORN VII (Avignon 95) Vol. 2 (12.4)
- / 12/ D. Lucas: Modellierung von Schwankungserscheinungen der Neutronenflußdichte in einem Druckwasserreaktor; Dissertation A, TU Dresden 1991
- / 13/ U. Grundmann: HEXNOD23 - a Two- and Three- Dimensional Nodal Code for Neutron Flux Calculation of Thermal Reactors with Hexagonal Geometry; ZfK-557 (1985)
- / 14/ E. Kleiss; H. van Dam: Analysis of Neutron Detector Response to Bubbles in a Water Moderated Reactor; Annals of Nuclear Energy 6(1979), S. 385-398
- / 15/ K. Meyer: Zur Abbildung stochastischer Schwingungen von Arbeitskassetten eines Druckwasserreaktors in den Schwankungen der Neutronenflußdichte, Teil I; Kernenergie 25(1982)5, S. 204-207
- / 16/ R. Barthel: Zur Darstellung kleiner Auslenkungen eines zentralen Absorbers durch entsprechende Randbedingungen für die induzierten Flußschwankungen; Kernenergie 25(1982)4, S. 163-166
- / 17/ F. Hollstein: Untersuchungen zur ortsabhängigen Übertragungsfunktion bei zufälligen Regelstabschwingungen in einem Druckwasserreaktor; Kernenergie 28(1985)1, S.14-18
- / 18/ B. Köhler: Berechnung von Regelorganen nach einer modifizierten Eingruppungsgleichung; Kernenergie 3(1960), S. 959-962
- / 19/ W. Mai; A. Müller: Das nodale Neutronenflußberechnungsprogramm TRAPEZ; Kernenergie 33(1990)10, S. 394-397
- / 20/ R. Barthel; S. Collatz; M. Hänsch: Berechnung winkelabhängiger Extrapolationslängen auf dem Steuerkanalrand von Absorberkassetten; Kernenergie 32(1989)4, S. 135-140
- / 21/ E. L. Wachspress: Iterative Solution of Elliptic Systems; Prentice-Hall, Inc., N.J. 1966
- / 22/ K. Meyer: Vorlesungen über Kernreakorthorie; Eigenverlag 1995

## Anhang 1

### Eingruppenextrapolationslängen

Die Absorberteile eines Regelelementes werden im reaktorphysikalischen Modell durch entsprechende Randbedingungen für die Neutronenflußverteilung am Regelementführungs-schacht beschrieben. Zur Festlegung der Randbedingungen wird das Modell des thermisch schwarz absorbierenden Hohlzylinders /16,17/ auf die hier vorliegende Geometrie von Nodes in Hexagonal-Z-Geometrie übertragen. Ein Absorberteil wird dabei gedanklich durch ein wassergefülltes Rohr mit hexagonalem Querschnitt ersetzt. Die äußere Oberfläche des Rohres sei für thermische Neutronen schwarz absorbierend und für schnelle Neutronen transparent. Die mittlere Wasserspaltbreite zwischen Führungskanalwand und Absorberwand sei  $\Delta x$ . Weiterhin soll ohne Einschränkung auf die Allgemeingültigkeit der mittlere Neutronenfluß durch eine Fläche des Führungskanals nur unwesentlich von den Neutronenströmen der anderen Teilflächen beeinflusst werden. Die geometrischen Verhältnisse bei einem WWER-440-Regelement rechtfertigen diese Annahme /21/.

Ausgangspunkt zur Berechnung der Extrapolationslängen sind die Zweigruppen-Diffu-sionsgleichungen innerhalb des (mit 'W'asser gefüllten) Führungskanals

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_1^W - \kappa_1^2 \Phi_1^W &= 0 \\ \Delta \Phi_2^W - \kappa_2^2 \Phi_2^W + \kappa_{12}^2 \Phi_1^W &= 0 \end{aligned} \quad (A1)$$

unter Verwendung der gebräuchlichen Symbolik.

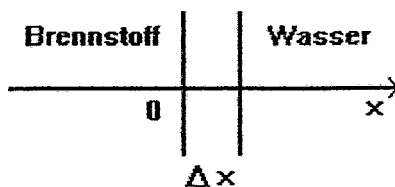


Abb. a1: Koordinatensystem zur Berechnung der Extrapolationslängen

Unter Zugrundelegung des in Abb. a1 dargestellten Koordinatensystems wird die Forderung der thermisch schwarzen Absorption an der Regelementoberfläche durch

$$\Phi_2^W(\Delta x) + 2D_2^W \frac{d}{dx} \Phi_2^W(\Delta x) = 0 \quad (A2)$$

beschrieben. Mittels einer linearen Taylor-Entwicklung bezüglich  $\Delta x$  (A3) wird die Randbedin-gung vom Absorberrand auf den Führungskanalrand verlagert.

$$\Phi_2^W(0) + \Delta x \frac{d}{dx} \Phi_2^W(0) + 2D_2^W \left( \frac{d}{dx} \Phi_2^W(0) + \Delta x (\kappa_2^2 \Phi_2^W(0) - \kappa_{12}^2 \Phi_1^W(0)) \right) = 0 \quad (A3)$$

Der schnelle Neutronenfluß kann in der Nähe des Führungskanalrandes im wesentlichen durch den Ansatz

$$\Phi_1^W \sim \exp(-\kappa_1 x) \quad (A4)$$

beschrieben werden. Damit lautet die Randbedingung für die schnelle Neutronenflußverteilung im Führungskanal.

$$\Phi_1^W(0) - \frac{1}{\kappa_1} \frac{d}{dx} \Phi_1^W(0) = 0 \quad (A5)$$

Unter Nutzung der Forderung des stetigen Überganges von Neutronenfluß und -strom an Grenzflächen können die Zweigruppenextrapolationslängen für eine den Führungskanal begrenzende 'B' rennstoff-Node formuliert werden:

$$\begin{vmatrix} \Phi_1^B \\ \Phi_2^B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} l_{11} & 0 \\ l_{21} & l_{22} \end{vmatrix} \frac{d}{dx} \begin{vmatrix} \Phi_1^B \\ \Phi_2^B \end{vmatrix} = 0 \quad (A6)$$

mit

$$\begin{aligned} l_{11} &= \frac{D_1^B}{D_1^W} l_1 & l_1 &= \frac{1}{\kappa_1} \\ l_{21} &= \frac{D_1^B}{D_1^W} \frac{l_1 l_2 \kappa_2^2 \Delta x}{1 + l_2 \kappa_2^2 \Delta x} & l_2 &= 2D_2^W \\ l_{22} &= \frac{D_2^B}{D_2^W} \frac{\Delta x + l_2}{1 + l_2 \kappa_2^2 \Delta x} \end{aligned} \quad (A7)$$

Die Zweigruppenextrapolationslängen werden nun im Sinne der modifizierten Eingruppen-Diffusionsnäherung zur Berechnung der Eingruppenextrapolationslänge verwendet.

Dazu werden zunächst die Zweigruppenflüsse in die Haupt-Nebenfluß-Darstellung (A8) überführt

$$\begin{vmatrix} \Phi_1^B \\ \Phi_2^B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1 & S_2 \end{vmatrix}^* \begin{vmatrix} \Psi_H^B \\ \Psi_N^B \end{vmatrix} \quad (A8)$$

mit

$$\begin{aligned}
 S_1 &\cong \frac{\Sigma_{12}^B}{\Sigma_a^B} \\
 S_2 &\cong -\frac{\tau}{L^2} S_1
 \end{aligned}
 \tag{A9}$$

und

$$\begin{aligned}
 \tau &= \frac{D_1^R}{\Sigma_r^R} \\
 L^2 &= \frac{D_2^R}{\Sigma_a^R}
 \end{aligned}
 \tag{A10}$$

Die Randbedingungen lauten in der Haupt- Nebenfluß-Darstellung

$$\begin{vmatrix} \Psi_H^B \\ \Psi_N^B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1 & S_2 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} l_{11} & 0 \\ l_{21} & l_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1 & S_2 \end{vmatrix} \frac{d}{dx} \begin{vmatrix} \Psi_H^B \\ \Psi_N^B \end{vmatrix} = 0
 \tag{A11}$$

Bei Vernachlässigung des Nebenflusses in (A8) (modifizierte Eingruppen-Diffusionsnäherung) lautet die Randbedingung für den Eingruppenfluß

$$\Psi_H + L_H \frac{d}{dx} \Psi_H = 0
 \tag{A12}$$

mit der Eingruppenextrapolationslänge  $L_H$

$$\begin{aligned}
 L_H &= \frac{1}{S_2 - S_1} (S_2 l_{11} - (l_{21} + S_1 l_{22})) \\
 &\cong \frac{\tau l_{11} + L^2 l_{22} + \frac{L_2}{S_1} l_{21}}{\tau + L^2}
 \end{aligned}
 \tag{A13}$$

Für den Fall eines unendlich schmalen Wasserspaltes ( $\Delta x = 0$ ) kann die Eingruppenextrapolationslänge für den stationären Fluß durch

$$L_{HO}^0 \cong \frac{\tau I_{11} + L^2 I_{22}}{\tau + L^2} \quad (A14)$$

näherungsweise berechnet werden. Der Nenner von (A14) stellt die Migrationsfläche der Node dar.

Die Überführung der Randbedingung (A12) auf die in (8) verwendete Darstellung mit Rückstreckoeffizienten (Albedo) geschieht unter Nutzung der aus (6) ableitbaren Beziehungen

$$\begin{aligned} \Psi_H &= 2 (j^+ + j^-) \\ \frac{d}{dx} \Psi_H &= -\frac{1}{D} (j^+ - j^-) \end{aligned} \quad (A15)$$

## Anhang 2

### Eingruppenrauschquellen - Brennstoffteil

Die Zweigruppen-Diffusionsgleichungen (39) für die Neutronenflußdichteschwankungen lauten in Operatorschreibweise

$$\underline{L} \delta\Phi = \underline{\delta q} \Phi_0 \quad (\text{A16})$$

mit dem Diffusionsoperator

$$\underline{L} = \begin{vmatrix} \Delta + \left( \frac{\Sigma_{p1}(1-\beta)}{D_1} - \frac{1}{\tau} \right) & \frac{\Sigma_{p2}(1-\beta)}{D_1} \\ \frac{\Sigma_{12}}{D_2} & \Delta - \frac{1}{L^2} \end{vmatrix} \quad (\text{A17})$$

und der Zweigruppenquellmatrix

$$\underline{\delta Q} = \begin{vmatrix} \left( \frac{\delta\Sigma_{p1}(1-\beta)}{D_1} - \frac{\delta\Sigma_r}{D_1} \right) & \frac{\delta\Sigma_{p2}(1-\beta)}{D_1} \\ \frac{\delta\Sigma_{12}}{D_2} & -\frac{\delta\Sigma_a}{D_2} \end{vmatrix} \quad (\text{A18})$$

Alle verwendeten Symbole haben die übliche Bedeutung. Nach Überführung der Zweigruppen-gleichungen (A16) in die Haupt-Nebenfluß-Darstellung (A19,A20)

$$\begin{vmatrix} \delta\Phi_1 \\ \delta\Phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1 & S_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta\Psi_H \\ \delta\Psi_N \end{vmatrix} \quad \underline{\delta\Phi} = \underline{S} \delta\Psi \quad (\text{A19})$$

$$\begin{vmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{20} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ S_1^0 & S_2^0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi_{H0} \\ \Psi_{N0} \end{vmatrix} \quad \underline{\Phi}_0 = \underline{S}_0 \Psi_0 \quad (\text{A20})$$

mit den Kopplungskonstanten

$$S_1 = S_1^0 = \frac{\Sigma_{12}}{\Sigma_a} \quad (\text{A21})$$

und

$$S_2 \cong S_2^0 = -\frac{\tau}{L^2} S_1 \quad (\text{A22})$$

werden die Quellterme  $\delta Q_{HN}$  durch

$$\delta Q_{HN} = S^{-1} \delta Q S_0 \quad (\text{A23})$$

repräsentiert. Nach Vernachlässigung des Nebenflusses sowohl bei den stationären Flüssen als auch bei den Flußdichteschwankungen (modifizierte Eingruppen-Diffusionsnäherung) wird der Eingruppenquellterm  $\delta q_V$  durch

$$\delta q_V = \frac{\tau \delta q_{11} + L^2 \delta q_{22}}{\tau + L^2} + \frac{\tau S_1^0 \delta q_{12} + L^2 \frac{\delta q_{21}}{S_1^0}}{\tau + L^2} \quad (\text{A24})$$

angenähert. In (A24) stehen die  $\delta q_{mn}$  ( $m=1..2, n=1..2$ ) für die entsprechenden Elemente in der Zweigruppenquellmatrix (A18). Sie sind entsprechend (41) jeweils proportional zur Änderung der Wasserspaltbreite im Führungskanal.

### Anhang 3

#### Eingruppenrauschquellen - Absorberteil

Ausgehend von den Randbedingungen am Führungskanal

$$\Psi_H + L_H (\Delta x) \frac{d}{dx} \Psi_H = 0 \quad (A25)$$

mit der Wasserspaltbreite  $\Delta x$  als Funktionsargument der Extrapolationslänge entsprechend (A13) werden die Substitutionen

$$\begin{aligned} \Psi_H &\rightarrow \Psi_{H0} + \delta\Psi_H \\ \Delta x &\rightarrow \Delta x_0 + \delta x \end{aligned} \quad (A26)$$

vorgenommen. Der Index 0 bezieht sich auf den stationären Eingruppenfluß am Führungskanalrand bzw. auf die mittlere Wasserspaltbreite im Führungskanal. Für die Extrapolationslänge wird der Ansatz

$$L_H = L_{H0}^0 + (\Delta x_0 + \delta x)L_1 \quad (A27)$$

mit  $L_{H0}^0$  nach (A14) und

$$L_1 = \frac{1}{\Delta x_0} (L_H^0 - L_{H0}^0) \quad (A28)$$

gemacht. Einsetzen von (A27) und (A26) in (A25) führt im Sinne einer Störungsrechnung erster Ordnung bei Vernachlässigung von Produkten der Art  $\Delta a * \Delta b$ ,  $\Delta a * \delta b$  und  $\delta a * \delta b$  ( $a, b = \{x, L, \Psi\}$ ), zu

$$\delta\Psi_H + L_H^0 \frac{d}{dx} \delta\Psi_H = -L_1 \Psi_H^0 \delta x \quad (A28)$$

und schließlich unter Nutzung der in (A15) aufgezeigten Relationen zwischen dem mittleren Neutronenfluß auf einem Oberflächenteilstück und den partiellen Neutronenströmen zu

$$\delta j^- = \frac{L_H^0 - 2D}{L_H^0 + 2D} \delta j^+ + \frac{L_1}{L_H^0 + 2D} \bar{j}_0^- \delta x \quad (A29)$$