

WISSENSCHAFTLICH-TECHNISCHE BERICHTE

FZR-294

Juni 2000

ISSN 1437-322X



Archiv-Ex.:

Andreas Schaffrath¹⁾ und Heiko Ringel²⁾

Modelle zur Bestimmung der Relativbewegung der Phasen in einer Zweiphasenströmung

- Stand der Technik -

¹⁾Forschungszentrum Rossendorf e.V.

Institut für Sicherheitsforschung, Abt. Experimentelle Thermofluidynamik

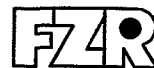
²⁾Technische Universität Dresden, Professur für Kernenergietechnik

Herausgeber:
FORSCHUNGSZENTRUM ROSSENDORF
Postfach 51 01 19
D-01314 Dresden
Telefon +49 351 26 00
Telefax +49 351 2 69 04 61
<http://www.fz-rossendorf.de/>

Als Manuskript gedruckt
Alle Rechte beim Herausgeber

FORSCHUNGSZENTRUM ROSSENDORF

WISSENSCHAFTLICH-TECHNISCHE BERICHTE



FZR-294

Juni 2000

**Modelle zur Bestimmung der Relativbewegung der
Phasen in einer Zweiphasenströmung
- Stand der Technik -**

Abstract

The knowledge of slip or drift flux in two phase flow is necessary for several technical processes (e.g. two phase pressure losses, heat and mass transfer in steam generators and condensers, dwell period in chemical reactors, moderation effectivity of two phase coolant in BWR). In the following the most important models for two phase flow with different phase velocities (e.g. slip or drift models, analogy between pressure loss and steam quality, $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$ models and models for the calculation of void distribution in reposing fluids) are classified, described and worked up for a further comparison with own experimental data.

Kurzfassung

Für zahlreiche technische Prozesse ist die Kenntnis des Schlupfes bzw. des Drift-Fluxes in Zweiphasenströmungen notwendig. Beispiele sind die Bestimmung der Druckverluste sowie der Wärme- und Stoffübertragungsvorgänge in Verdampfern oder Kondensatoren, der Phasenverweilzeit in chemischen Reaktoren sowie der Moderatorwirkung des zweiphasigen Kühlmittels innerhalb des Kerns eines Siedewasserreaktors. Nachfolgend werden die wichtigsten Modelle zur Beschreibung von Zweiphasenströmungen mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten (z.B. Schlupf- oder Driftmodelle, Analogien zwischen Druckverlust und Dampfgehalt, $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$ Modelle, Modelle zur Berechnung der Dampfgehaltsverteilung in ruhenden Medien) klassifiziert, beschrieben und für einen nun anstehenden Vergleich mit eigenen experimentellen Daten aufbereitet.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Formelverzeichnis.....	IV
1 Einleitung.....	1
2 Definitionen der Zweiphasenströmung.....	7
3 Korrelationen zur Berechnung von volumetrischen Dampfanteils.....	19
3.1 Martinelli und Nelson	19
3.2 Chawla.....	22
4 Schlupfmodelle	27
4.1 Zivi	29
4.2 Levy	31
4.3 Bankoff.....	31
4.4 Jones	33
4.5 Armad und Treschev.....	33
4.6 Von Glahn.....	34
4.7 Thom.....	34
4.8 Smith.....	35
4.9 Miropol'skij	36
4.10 Marchaterre und Høglund	37
4.11 Ahmad	38
4.12 CISE	38
4.13 Hughmark	39
5 $\dot{\epsilon} - \epsilon$ Modelle.....	41
5.1 Kowalczewski.....	41
5.2 Kütükcüoglo und Njo.....	42
5.3 Friedel.....	42
5.4 Löscher und Reinhardt.....	42
6 Dampfgehaltsverteilung in ruhenden Medien.....	45
6.1 Empirische Modelle	47

6.1.1	Einzelblasenaufstiegsmodelle	47
6.1.1.1	Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit	47
6.1.1.2	Einfluß von Behälterwänden	57
6.1.1.3	Blasenschwärme	61
6.1.2	Margulova.....	64
6.2	Produktansätze aus der Dimensionsanalyse	65
6.2.1	Wilson, Wilson, Grenda und Patterson sowie Meyer und Wilson.....	67
6.2.2	Sterman, Dementiev, Lepilin	70
6.2.3	Kurbatov	70
6.2.4	Mersmann	71
6.2.5	Vieczenz.....	72
7	Drift-Modelle.....	73
7.1	Wallis	73
7.2	Bankoff.....	74
7.3	Zuber und Findlay	76
7.4	Kelly, Dougall und Cantineau.....	79
7.5	Kataoka und Ishii	80
7.6	Sudo.....	81
7.7	Chexal-Lellouche	83
7.8	Cunningham und Yeh	87
7.9	Sonnenburg	88
	Literaturverzeichnis.....	97
	Anhang A: Berechnung des Phasenverteilungparameter C_0	A-I
	A.1 Zuber und Findlay	A-II
	A.2 Rouhani.....	A-IV
	A.3 Dix	A-V
	A.4 Nabizadeh	A-V
	A.5 Iishi.....	A-VII
	Anhang B: Berechnung der Gegenstrombegrenzung	B-I
	B.1 Wallis Parameter	B-I
	B.2 Kutateladze Parameter.....	B-II
	B.3 Kröning.....	B-IV

Formelverzeichnis

Lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche	[m ²]
A ₁ -A ₃	Konstanten in der Blasengrößenkorrelation von Lund	[-]
a	Phasendichtequotient	[-]
B ₁	Koeffizient in der Potenzgleichung der $\dot{\varepsilon} - \varepsilon$ Modelle	[-]
B ₂ - B ₆	Exponenten in der Potenzgleichung der $\dot{\varepsilon} - \varepsilon$ Modelle	[-]
B*	Parameter im ε -Modell von Chawla	[-]
b	Exponent in dem Modell von Dix	[-]
C ₀	Phasenverteilungsparameter	[-]
C ₁ -C ₅	Koeffizienten in der empirischen Gl. zur Bestimmung des Gültigkeitsbereiches des Modells von Chawla	[-]
D	Durchmesser	[m]
D _{hyd} *	dimensionsloser hydraulischer Durchmesser	[-]
D _p	Druckabhängiger Koeffizient im Modell von Chexal-Lellouche	[-]
D ₁	Referenzdurchmesser	[m]
D ₂ , D ₃	Koeffizienten im Modell von Chexal-Lellouche	[-]
E	Energie	[J]
E _d	volumetrischer Anteil der Wasserphase der in Form von Tropfen in der Dampfströmung vorliegt	[-]
E ₁ , E ₂	Parameter in der Schlupfgleichung von CISE	[-]
E ₃ - E ₁₂	Koeffizienten im Modell von Chexal-Lellouche	[-]
F	Funktion	[-]
f	Korrelationsparameter von Pushkina und Sorkin	[-]

g	Gravitationskonstante (=9,81 m/s)	[m/s ²]
h	Enthalpie	[J/kg]
j	makroskopische Volumenstromdichte bzw. Leerrohrgeschwindigkeit	[m/s]
j	mikroskopische Volumenstromdichte bzw. Leerrohrgeschwindigkeit	[m/s]
j*	Wallis-Parameter	[-]
j _{GFI}	Drift-Flux	[m/s]
K	Konstante, Korrekturfaktor	[-]
K _{Ban}	Bankoff-Parameter	[-]
K _C	Parameter in ε-Modell von Chawla	[-]
K _F	Flüssigkeitskennzahl	[-]
K _W	Anteil der Wasserphase nach Smith (= 0,4)	[-]
K*	Strömungsfaktor in Schlupfgleichung von Jones	[-]
K ₁	Korrekturfaktor nach Habermann und Sayre	[-]
K ₂	Korrekturfaktor nach Harmathy	[-]
k	Phasenindex	[-]
k _S	Rauhigkeit	[m]
L	Länge	[m]
M	Masse	[kg]
m	Exponent in Modell von Zuber und Findlay	[-]
\dot{M}	Massenstrom	[kg/s]
\dot{m}	Massenstromdichte	[kg/sm ²]
N _{ηFI}	Zähigkeitskennzahl	[-]
n	Exponent	[-]
o	Exponent in Schlupfgleichung nach Jones	[-]
p	Druck	[bar]
p _{krit}	kritischer Druck (= 221,29 bar)	[bar]
dp/dz	Druckverlust	[Pa/m]
R	Radius	[m]
r	Abstand vom Mittelpunkt	[m]
S	Schlupf	[-]

S'	Schlupfeinflußgröße	[m/s]
T	Temperatur	[K]
u	makroskopische Geschwindigkeit	[m/s]
u	mikroskopische Geschwindigkeit	[m/s]
$\overline{u_B}$	über der Behälterhöhe gemittelte Blasenaufstiegsgeschwindigkeit	[m/s]
$u_{Bl,\infty}$	Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit	[m/s]
V	Volumen	[m ³]
\dot{V}	Volumenstrom	[m ³ /s]
V^*	Volumenstromverhältnis	[-]
w	Leerrohrgeschwindigkeit	[m/s]
X	Zweiphasenparameter nach Martinelli	[-]
x	Dampfmassenanteil	[-]
\dot{x}	Dampfmassenstromanteil	[-]
x_H	Dampfenthalpieanteil	[-]
y	Quotient der Phasenvolumenstromanteile	[-]
Z	Parameter in Dampfvolumenanteilmodell von Hughmark	[-]
z	Koordinate	[m]

Griechische Buchstaben

Δh_v	Verdampfungsenthalpie	[J/kg]
ε	makroskopische Dampfvolumenanteil	[-]
ε	mikroskopische Dampfvolumenanteil	[-]
$\dot{\varepsilon}$	Dampfvolumenstromanteil	[-]
$\bar{\varepsilon}$	über der Behälterhöhe gemittelter Volumen- dampfgehalt	[-]
ε_C	Zweiphasenparameter in Modell von Chawla	[-]
ϕ	Zweiphasenmultiplikator	[-]
γ	Schlupffaktor nach Thom	[-]
φ	Dampfgehaltsparemeter in Modell von Marchaterre und Hoglund	[-]
η	dynamische Viskosität	[kg/ms]
ν	kinematische Viskosität	[m ² /s]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Oberflächenspannung	[N/m]
Ψ_{Bl}	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen Einzelblasen nach Labuncov	[-]
ζ	Widerstandsbeiwert	[-]

Kennzahlen

$$\text{Bond-Zahl} = \frac{\text{Gewichtskraft}}{\text{Oberflächenkraftkraft}}$$

$$Bo = gD^2 \frac{\rho_{FI} - \rho_D}{\sigma}$$

$$\text{Froude-Zahl} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Schwerkraft}}$$

$$Fr = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{FI}^2 g D}$$

modifizierte Froude-Zahl

$$Fr' = \frac{\rho_{FI} j^2}{(\rho_{FI} - \rho_D) g D}$$

$$\text{Reynold-Zahl} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Schwerkraft}}$$

$$Re = \frac{\dot{m} D}{\eta}$$

$$\text{Weber-Zahl} = \frac{\text{Strömungskraft}}{\text{Oberflächenkraft}}$$

$$We = \frac{D_{BI}}{D} = \frac{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{FI} - \rho_G)}}}{D}$$

Weber-Zahl (gemäß Definition von CISE)

$$We = \frac{\dot{m}^2 D}{\sigma \rho_{FI}}$$

$$\text{Eötvös-Zahl} = \frac{\text{Gewichtskraft}}{\text{Oberflächenkraft}}$$

$$Eo = \frac{D_{BI}^2 g \rho_{FI} - \rho_G}{\sigma}$$

Indices

A	Auftrieb
B	Beschleunigung
Ban	Bankoff
Bh	Behälter
Bl	Einzelblase
BIS	Blasenschwarm
Fl	Flüssigkeit
D	Dampf
G	Gas
ge	Gegenströmung
hyd	hydraulisch
j	Phasendrift
kin	kinetisch
krit	kritisch
l	laminar
L	Grenzleerrohr
LP	Laplace
m	gemittelt
M	Mitte
Ma	Martinelli-Nelson
Me	Mersmann
max	Maximum
min	Minimum
mod	modifiziert
Na	Nabizadeh
R	relativ
Reib	Reibung
Ri	Richardson und Zaki
t	turbulent
Ü	Überdruck
V	Vieczenz

W	Wand
W _i	Widerstand
ZP	Zweiphasen
1, 2	Bezugspunkte

1 Einleitung

Für zahlreiche technische Prozesse ist die Kenntnis des Schlupfes bzw. des Drift-Fluxes in Zweiphasenströmungen notwendig. Beispiele sind die Bestimmung der Druckverluste sowie der Wärme- und Stoffübertragungsvorgänge in Verdampfern oder Kondensatoren, der Phasenverweilzeit in chemischen Reaktoren sowie der Moderatorwirkung des zweiphasigen Kühlmittels innerhalb des Kerns eines Siedewasserreaktors.

Die Modellierung von Zweiphasenströmungen basiert generell auf einer mehr oder weniger idealisierten Beschreibung. Die hierzu verwendeten mathematischen Ansätze, beinhalten Annahmen über die Verteilung der Phasen über dem Querschnitt sowie den Phasengeschwindigkeiten, die sich in der Regel deutlich unterscheiden. Das einfachste Modell zur Beschreibung einer Zweiphasenströmung ist das sogenannte **homogene Modell**. Hierbei wird angenommen, daß die Phasen homogen über dem Rohrquerschnitt verteilt sind und zueinander im thermischen (d.h. die Phasen besitzen die gleiche Temperatur) und mechanischen Gleichgewicht (d.h. die Phasen strömen darüber hinaus mit gleicher Geschwindigkeit) stehen. Das zweiphasige Gemisch wird folglich durch ein Pseudofluid mit geeigneten Mittelwerten beschrieben.

Bei technischen Prozessen besitzen die einzelnen Phasen jedoch in der Regel unterschiedliche Geschwindigkeiten. Folglich ist die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Phasen (z.B. Massen-, Stoff-, Energie-, Wärmeaustausch) untereinander sowie mit der Wand (z.B. Energie-, Wärmeaustausch) äußerst kompliziert zu beschreiben. Für die exakte Formulierung der Austauschvorgänge fehlen bis heute Kenntnisse über die jeweiligen Grenzflächen, die meßtechnisch nur äußerst schwer zugänglich sind. Daher werden die unbekanntenen Zweiphasenparameter (z.B. Volumendampfgehalt ε , der Schlupf S oder der Drift-Flux j_{GF}) in den Bilanzgleichungen durch experimentell abgesicherte empirische oder halbempirische Korrelationen dargestellt.

Generell existieren zahlreiche Möglichkeiten Strömungen mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten zu modellieren (z.B. Schlupf- oder Driftmodelle, Analogien zwischen Druckverlust und Dampfgehalt, $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$ Modelle, Modelle zur Berechnung der Dampfgehaltsverteilung in ruhenden Medien). Diese sind nachfolgend zusammengestellt und sollen zukünftig mit eigenen Messungen verglichen werden.

In dem vorliegenden Bericht werden in Kap. 2 zunächst verschiedene Definitionen für Zweiphasenströmungen aufgeführt. Hierzu zählt die Definition der makroskopischen (d.h. flächengemittelten) sowie mikroskopischen (d.h. lokalen) Größen. Ferner wird in Kap. 2 dargestellt, wie durch Integration über den Strömungsquerschnitt die mikroskopischen Größen in makroskopische überführt werden können.

In Kap. 3 werden dann die Korrelationen von Martinelli und Nelson bzw. Chawla zur Berechnung des volumetrischen Dampfvolumentanteils vorgestellt, die auf einer Analogie zu den zweiphasigen Druckverlusten basieren. Beide Modelle unterscheiden sich jedoch im wesentlichen hinsichtlich der Beschreibung der Zweiphasenströmung, wobei Martinelli und Nelson die Zweiphasenströmung anhand der Strömungszustände der Phasen (laminar oder turbulent) und Chawla anhand der Art der Phasenverteilung (kontinuierlich oder dispers) vornehmen.

Kap. 4 beinhaltet eine Übersicht über die wichtigsten Schlupfmodelle (Zivi, Levi, Bankoff, Jones, Arad, Treschev, von Glahn, Thom, Smith, Miropol'skij, Marchaterre und Høglund, Ahmad, CISE und Hughmark). Der Schlupf S ist definiert als Quotient der Geschwindigkeiten der Dampf- und der Wasserphase. Schlupfmodelle sind rein empirische Modelle, die von einer oder mehreren der nachfolgend aufgeführten Größen (z.B. Druck, Temperatur, Dampfvolumenteil, Massendampfanteil, Dichten und dynamische Viskositäten der Phasen) abhängen und nur in dem von den Autoren angegebenen Gültigkeitsbereich angewendet werden können. Eine Extrapolation ist daher nur in Ausnahmefällen (z.B. bei der Erweiterung des Anwendungsbereiches des Modell von Bankoff für $\varepsilon > 0,8$) möglich. Die Schlupfmodelle versagen jedoch für stehende Wassersäulen oder bei Gegen-

strömung, da hierbei die Werte für den Schlupf unendlich groß bzw. negativ werden.

Eine weitere Klasse empirischer Modelle sind die sog. $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$ -Modelle, die ausführlich in Kap. 5 beschrieben sind. Der Term $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$, der auch als Schlupfeinflußgröße bezeichnet wird, wird hierbei mit Hilfe von Potenzbeziehungen berechnet. Die Koeffizienten in diesen Potenzbeziehungen wurden von diversen Autoren (z.B. Kowalczewski, Kütükcüoglo und Njo, Friedel sowie Löscher und Reinhardt) experimentell angepaßt. Bis auf Kowalczewski sowie Kütükcüoglo und Njo, die als einzige die Exponenten für Wasser/Dampf-Strömungen bestimmten, untersuchten alle anderen der zuvor genannten Autoren ausschließlich Kältemittel.

Das 6. Kapitel beschäftigt sich mit der Bestimmung des Dampfvolumenanteils in ruhenden Medien bzw. Volumina mit freien Oberflächen. Bei Zugabe einer Gas- in eine Flüssigkeitsphase ist vor allem die Kenntnis des sich hierbei einstellenden Füllstandes wichtig. Hierzu wurden empirische Korrelationen für die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit in unendlich ausgedehnten Behältern (z.B. nach Habermann und Morton, Peebels und Garber, Bauer, Lund) entwickelt, die mit Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung des Einflusses von Behälterwänden (z.B. Habermann und Sayre, Harmathy sowie Collins) sowie der Wechselwirkung zwischen Blasen in Schwärmen (z.B. Zuber und Hench, Richardson und Zaki, Marucci, Brauer, Labuncov) versehen werden. Eine Extrapolation auf andere Drücke, Durchmesser bzw. Stoffsysteme ist jedoch nicht möglich. Erst mit dem Übergang zu den aus Dimensionsanalysen abgeleiteten Produktansätzen dimensionsloser Kennzahlen (z.B. Fr-, We- und Bo-Zahl) stellt sich eine bessere Übereinstimmung zwischen den Modellen ein. Mehrere Produktansätze stammen von der Autorengruppe Wilson, Grenda, Petterson und Meyer. Diese werden nachfolgend ebenso vorgestellt wie vergleichbare Modelle von Sterman, Dementiev und Lepilin, Kurbatov, Mersmann und Viencenz.

Das 7. und letzte Kapitel - ein Vergleich der Modelle untereinander und mit eigenen Experimenten am Meßtechnik Loop des Instituts für Sicherheitsforschung ist in einem weiteren Bericht vorgesehen - beinhaltet eine Beschreibung der wichtig-

sten Driftmodelle. Die Drift-Modelle basieren auf der Annahme, daß das Verhalten einer Zweiphasenströmung im wesentlichen von der Differenz der Phasengeschwindigkeiten beeinflusst wird. Hierbei werden Informationen der über die radiale Phasenverteilung sowie die Geschwindigkeitsprofile über dem Strömungsquerschnitt berücksichtigt. Ein sehr einfaches Modell stammt von Wallis, der den Drift-Flux zwischen den Phasen mit Hilfe der Phasengeschwindigkeiten beschreibt und entsprechende Korrelationen für die Blasenströmung, die heterogen turbulente Strömung sowie die Tröpfchenströmung angibt. Bankoff berücksichtigt in seinem Modell radiale Dampfvolumenanteil- und Geschwindigkeitsverteilungen und nimmt vereinfachend an, daß die örtliche Driftgeschwindigkeit zwischen den Phasen gegenüber der mittleren Strömungsgeschwindigkeit vernachlässigbar ist. Daher ist dieses Modell ausschließlich für Blasenströmungen anwendbar. Dieses Defizit wurde dann von Zuber und Findlay behoben. Folglich ist dieses Modell nicht auf eine bestimmte Strömungsform beschränkt. Zuber und Findlay bestimmen die Phasengeschwindigkeit aus der mittleren Gemischgeschwindigkeit, dem Produkt aus der Volumenstromdichte und einem Profilfaktor zur Berücksichtigung einer ungleichmäßigen Dampfgehaltsverteilung über dem Rohrquerschnitt sowie der Phasendriftgeschwindigkeit. Für beide Parameter geben Zuber und Findlay in Abhängigkeit von der jeweiligen Strömungsform aus Experimenten abgeleitete Korrelationen an. Kelly, Dougall und Cantineau modifizieren den Ansatz von Zuber und Findlay dahingehend, daß sie die Phasendriftgeschwindigkeit mit Hilfe der Einhüllenden-Theorie bestimmen. Da das Modell auch für die Flutbeginnkurve gilt, muß der Extremwert der Phasendriftgeschwindigkeit der Gegenstrombegrenzung entsprechen. Da die Autoren jedoch diverse Parameter mit Konstanten belegen, ist das Modell nur in ausgewählten Strömungsbereichen gültig. Für den Bereich stagnerender Flüssigkeiten und niedriger bis mittlerer Dampfvolumenanteile werten Kataoka und Ishii Blasenauftiegsmodelle verschiedener Autoren aus und fassen diese zu einem eigenen Ansatz zusammen. Als Korrelationsansatz verwenden die Kataoka und Ishii die Theorie von Zuber und Findlay und führen hierin geeignete dimensionslose Kennzahlen (z.B. den dimensionslosen hydraulischen Durchmesser, die Zähigkeitszahl oder die dimensionslose Phasendriftgeschwindigkeit) ein. Eine ähnliche Vorgehensweise findet sich bei Sudo, wobei dieser allerdings den Dampfvolumenanteil ε direkt mit dem Dampfvolumenstrom korreliert. Mit Hilfe des

Modells von Chexall-Lellouche (sog. EPRI-Korrelation) können die Phasendriftgeschwindigkeit bzw. der Phasenverteilungsparameter für vertikale, auf- und abwärtsdurchströmte Gleich- und Gegenströmungen berechnet werden. Das Modell basiert auf Potenzansätzen, die bis zu 20 Korrelationskonstanten enthalten. Cunningham und Yeh haben in Abhängigkeit der Phasenvolumenstromdichten Meßdaten für den Dampfvolumenteil für vertikale Strömungen in den Zwischenräumen von Stabbündeln korreliert. Die experimentelle Datenbasis stammte hierbei von elektrisch beheizten Stabbündelexperimenten von Westinghouse. Abschließend wird in Kap. 7 noch das sog. "umfassende" Drift-Flux von Sonnenburg vorgestellt, der basierend auf dem Driftmodell von Kelly, Dougall und Cantineau und unter Anwendung der Einhüllendentheorie einen einheitlichen Ansatz zur Berechnung der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Phasen und des Dampfvolumentails entwickelte. Da in dem Driftterm der Phasenverteilungsparameter eingeht, wird sichergestellt, daß Form und Abmessung der Strömungskanäle berücksichtigt werden. D.h. die Haupterweiterung im Vergleich zum Modell von Kelly, Dougall und Cantineau liegt in dem Wegfall der Einschränkungen hinsichtlich Geometrie und Strömungsform, die aus der Wahl des Phasenverteilungsparameters sowie der für die Einhüllenden-Theorie benötigten Grenzleerrohrgeschwindigkeiten resultieren sowie der Adaption der obigen Theorie für Strömungen in horizontalen Rohren. Abschließend werden für vertikale und horizontale Rohre mit Kreisquerschnitt, 90°-Krümmer mit Kreisquerschnitt und vertikale Stabbündel sämtliche zur Berechnung der Geschwindigkeitsdifferenz benötigten Gleichungen explizit zusammengestellt.

2 Definitionen der Zweiphasenströmung

Mit **Phase** wird der Zustand eines Stoffes (d.h. gasförmig, flüssig oder fest) bezeichnet. Eine Zweiphasenströmung ist folglich eine Strömung, bei der mehrere Phasen nebeneinander existieren. Eine Zweiphasenströmung ist z.B. eine Wasser/Dampf oder eine Wasser/Luft-Strömung, wobei es sich im ersten Fall um eine Ein- und im zweiten Fall um eine Zweikomponentenströmung handelt.

Für Zweiphasenströmungen gibt es zahlreiche Definitionen und Bezeichnungen, die nachfolgend zum besseren Verständnis der nachfolgenden Kapitel kurz erläutert werden. Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein von einem zweiphasigen Fluid durchströmtes Rohr. Der gesamte **Massenstrom** \dot{M} setzt sich hierbei aus dem Massenstrom der Gasphase \dot{M}_G und der Flüssigkeitsphase \dot{M}_{Fl} zusammen, d.h.

$$\dot{M} = \dot{M}_G + \dot{M}_{Fl} .$$

Da nachfolgend sowohl Ein- als auch Zweikomponentenströmungen betrachtet werden sollen, kann es sich bei der Gasphase sowohl um Dampf als auch um Luft handeln. Der Index G kennzeichnet nachfolgend Parameter der Gas-, der Index Fl Parameter der Flüssigkeitsphase.

Der gesamte Rohrquerschnitt A wird folglich zu einem Teil von Gas und zum anderen Teil von Flüssigkeit durchströmt, d.h.

$$A = A_G + A_{Fl} .$$

Der aus dem Massenstrom und der Querschnittsfläche gebildete Quotient heißt **Massenstromdichte**

$$\dot{m} = \dot{M} / A .$$

Analog sind die **Massenstromdichten** der Phasen definiert als

$$\dot{m}_G = \dot{M}_G / A$$

bzw.

$$\dot{m}_{\text{Fl}} = \dot{M}_{\text{Fl}} / A .$$

Aus dem Phasenmassenströmen ergeben sich bei Division durch die Dichten die **Phasenvolumenströme**. Es gilt

$$\dot{V}_{\text{G}} = \dot{M}_{\text{G}} / \rho_{\text{G}}$$

und

$$\dot{V}_{\text{Fl}} = \dot{M}_{\text{Fl}} / \rho_{\text{Fl}} .$$

Der **Gesamtvolumenstrom** \dot{V} ergibt sich nun als Summe der Phasenvolumenströme

$$\dot{V} = \dot{V}_{\text{G}} + \dot{V}_{\text{Fl}} .$$

Aus den Volumenströmen ergeben sich nach Division durch die Querschnittsfläche A die Volumenstromdichten

$$j_{\text{G}} = \dot{V}_{\text{G}} / A ,$$

$$j_{\text{Fl}} = \dot{V}_{\text{Fl}} / A ,$$

sowie bei deren Addition die gesamte Volumenstromdichte j

$$j = j_{\text{G}} + j_{\text{Fl}} .$$

Der Anteil des Gasmassenstromes am Gesamtmassenstrom heißt **Dampfmassestromanteil** \dot{x} und ist definiert als

$$\dot{x} = \frac{\dot{M}_{\text{G}}}{\dot{M}} = \frac{\dot{M}_{\text{G}}}{\dot{M}_{\text{G}} + \dot{M}_{\text{Fl}}} .$$

Der Dampfmassestromanteil \dot{x} kann für den Fall von aufwärts strömendem Gas und abwärts strömender Flüssigkeit mit $\dot{M}_{\text{G}} > \dot{M} > 0$ und $\dot{M}_{\text{Fl}} < 0$ Werte größer als 1 annehmen. Für $\dot{M}_{\text{G}} > 0$ und $\dot{M}_{\text{Fl}} < \dot{M} < 0$ besitzt \dot{x} Werte kleiner 1. Problematisch wird die obige Definition des Dampfmassestromanteils im Fall stagnierender Fluide, d.h. $\dot{M} = 0$.

Der **Dampfmassenanteil** x ist definiert als Verhältnis der Gasmasse zur Gesamtmasse im betrachteten Kontrollvolumen

$$x = \frac{M_G}{M} = \frac{M_G}{M_G + M_{FI}},$$

und besitzt Werte zwischen 0 und 1.

Der **Enthalpieanteil** x_H ist definiert als

$$x_H = \frac{(h - h_{FI})}{\Delta h_V}$$

mit h als Enthalpie des zweiphasigen Fluides, die über

$$h = \frac{\dot{M}_G h_G + \dot{M}_{FI} h_{FI}}{\dot{M}} = \dot{x} h_G + (1 - \dot{x}) h_{FI}$$

bestimmt wird, h_{FI} als Enthalpie der Flüssigkeit sowie Δh_V als Verdampfungsenthalpie. Negative Werte von x_H kennzeichnen in obiger Gleichung unterkühlte Flüssigkeiten, positive Werte überhitzten Dampf.

Allerdings ist zu beachten, daß z.B. bei der Verdampfung von Fluid an überströmten Oberflächen in der Regel eine nicht ideale Vermischung über dem Rohrquerschnitt vorliegt. Das Fluid in der Nähe der Rohrwand kann bereits die Sättigungstemperatur überschreiten, obwohl das Fluid im Kern der Strömung noch unterkühlt ist. Es stellt sich in diesem Fall unterkühltes Sieden ein. Während in allen anderen Fällen x_H und \dot{x} identisch sind, geschieht dies im Bereich des unterkühlten Siedens anhand spezieller Modelle.

Das Verhältnis des Gasvolumenstromes zum Gesamtvolumenstrom wird als **Volumenstromanteil** ε bezeichnet, d.h.

$$\varepsilon = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{V}_G + \dot{V}_{FI}},$$

und das Verhältnis des Gasvolumens zum Gesamtvolumen eines Kontrollvolumens Volumenanteil. Bei Kontrollvolumina mit einer konstanter Phasenverteilung entspricht der **Volumenanteil** dem Verhältnis der Phasenquerschnittsflächen, d.h.

$$\varepsilon = \frac{V_G}{V} = \frac{V_G}{V_G + V_{FI}} = \frac{A_G}{A_G + A_{FI}}.$$

Es ist zu beachten, daß bei der Umrechnung von ε in x im Fall des Gegenstroms prinzipiell zwei Lösungen existieren. Daher muß im Vorfeld bekannt sein ob Dampf mit dem Wasser oder Wasser mit dem Dampf mitgerissen wird.

Nachfolgend wird der Zusammenhang zwischen dem Enthalpieanteil x_H und dem Volumenanteil ε hergeleitet. Hierbei wird in die Definition des Enthalpieanteil x_H

$$x_H = \frac{(h - h_{FI})}{\Delta h_v}$$

die Gleichung zur Berechnung der spezifischen Enthalpie h

$$h = \frac{\dot{M}_G h_G + \dot{M}_{FI} h_{FI}}{\dot{M}}$$

sowie die Gleichungen zur Umrechnung des Massen- in einen Volumenströme der einzelnen Phasen

$$\dot{M}_G = \dot{V}_G \rho_G$$

und

$$\dot{M}_{FI} = \dot{V}_{FI} \rho_{FI}$$

eingesetzt. Somit berechnet sich h gemäß

$$h = \frac{\dot{V}_G \rho_G h_G + \dot{V}_{FI} \rho_{FI} h_{FI}}{\dot{V} \rho} = \frac{\varepsilon \rho_G h_G + (1 - \varepsilon) \rho_{FI} h_{FI}}{\rho}.$$

Mit ρ gleich

$$\rho = (\varepsilon \rho_G + (1 - \varepsilon) \rho_{FI})$$

ergibt sich h schließlich zu

$$h = \frac{\varepsilon \rho_G h_G + (1 - \varepsilon) \rho_{FI} h_{FI}}{\varepsilon \rho_G + (1 - \varepsilon) \rho_{FI}}.$$

Setzt man nun den obigen Ausdruck in die Gleichung für x_H ein so ergibt sich

$$x_h = \frac{\left(\frac{\varepsilon \rho_G h_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI} h_{FI} - h_{FI}}{\varepsilon \rho_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI}} \right)}{(h_G - h_{FI})}.$$

Die obige Gleichung wird nun mit $(\varepsilon \rho_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI})$ multipliziert und wie folgt weiter aufgelöst

$$\begin{aligned} x_h (\varepsilon \rho_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI}) &= \frac{(\varepsilon \rho_G h_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI} h_{FI} - h_{FI} (\varepsilon \rho_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI}))}{(h_G - h_{FI})} \\ &= \frac{(\varepsilon \rho_G h_G + \rho_{FI} h_{FI} - \varepsilon \rho_{FI} h_{FI} - \varepsilon \rho_G h_{FI} - \rho_{FI} h_{FI} + \varepsilon \rho_{FI} h_{FI})}{(h_G - h_{FI})} \\ &= \frac{(\varepsilon \rho_G h_G - \varepsilon \rho_G h_{FI})}{(h_G - h_{FI})} \\ &= \varepsilon \rho_G. \end{aligned}$$

Somit gilt

$$x_H = \frac{\varepsilon \rho_G}{(\varepsilon \rho_G + (1-\varepsilon) \rho_{FI})}.$$

Bei der Analyse von Zweiphasenströmungen werden zwei unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten betrachtet. Dies ist zum einen die **effektive Geschwindigkeit** der jeweiligen Phase, die sich ergibt wenn die Phase durch den von der jeweiligen Phase eingenommenen Teil der Querschnittsfläche strömt. Für die Geschwindigkeit der Gasphase gilt

$$u_G = \frac{\dot{M}_G}{\rho_G A_G} = \frac{\dot{x} \dot{M}}{\rho_G A_G} = \frac{\dot{x} \dot{m}}{\rho_G \varepsilon}$$

und für die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsphase

$$u_{FI} = \frac{\dot{M}_{FI}}{\rho_{FI} A_{FI}} = \frac{\dot{x} \dot{M}}{\rho_{FI} A_{FI}} = \frac{(1-\dot{x}) \dot{m}}{\rho_{FI} (1-\varepsilon)}.$$

Die Differenz der effektiven Geschwindigkeiten heißt **Relativgeschwindigkeit** u_R

$$u_R = u_G - u_{FI}.$$

Das Verhältnis der Phasengeschwindigkeiten heißt **Schlupf** und wird durch ein S gekennzeichnet

$$S = \frac{u_G}{u_{FI}}$$

Setzt man in obige Gleichung die Definitionen für u_G und u_{FI} ein so erhält man den Zusammenhang zwischen dem Dampfmassenstromanteil und dem Volumenstromanteil

$$S = \frac{\dot{x}}{(1-\dot{x})} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\rho_{FI}}{\rho_G}$$

Wie anhand obiger Gleichung zu erkennen ist, benötigt man zur Umrechnung des volumetrischen in den massenbezogenen Dampfgehalt eine Korrelation für den Schlupf. Der Schlupf besitzt für die meisten technisch interessierenden Anwendungen einen Wert zwischen 1 und 10. Die wichtigsten empirischen Korrelationen für den Schlupf sind in Kap. 4 zusammengestellt.

Die obige Gleichung wird nachfolgend auch nach dem Dampfmassenstromanteil \dot{x}

$$\dot{x} = \frac{S \varepsilon \rho_G}{((1-\varepsilon)\rho_{FI} + S \varepsilon \rho_G)} = \frac{1}{S \frac{(1-\varepsilon)\rho_{FI}}{\varepsilon \rho_G} + 1}$$

sowie dem Dampfvolumenteil ε

$$\varepsilon = \frac{\dot{x} \rho_{FI}}{(\dot{x} \rho_{FI} + S(1-\dot{x})\rho_G)} = \frac{1}{1 + S \frac{(1-\dot{x})\rho_G}{\dot{x} \rho_{FI}}}$$

umgestellt.

Weiterhin werden noch sogenannte **Leerrohrgeschwindigkeiten** definiert, die sich ergeben, wenn jede der beiden Phasen einzeln durch das Rohr strömt. Die Leerrohrgeschwindigkeit entspricht somit der zuvor definierten Volumenstromdichte j . Die Leerrohrgeschwindigkeiten können wie folgt aus den effektiven Phasengeschwindigkeiten berechnet werden

$$j_G = \varepsilon u_G$$

bzw.

$$j_{FI} = (1 - \varepsilon) u_{FI} .$$

Als **Phasendriftgeschwindigkeiten** werden nun die Differenzen zwischen den effektiven Phasengeschwindigkeiten und der Gesamtvolumenstromdichte, die der Summe der Phasenvolumenstromdichten entsprechen, bezeichnet. Es gilt

$$u_{Gj} = u_G - j$$

sowie

$$u_{FIj} = u_{FI} - j .$$

Hieraus wird dann der sogenannte **Drift-Flux** j_{GFI}

$$j_{GFI} = \varepsilon u_{Gj}$$

abgeleitet, der dem Produkt aus der jeweiligen Phasendriftgeschwindigkeit und dem dazugehörigen Volumendampfanteil entspricht. Analog zu j_{GFI} wird auch der Term für j_{FIG} definiert als

$$j_{FIG} = (1 - \varepsilon) u_{FIj} .$$

Es gilt

$$j_{GFI} = -j_{FIG} .$$

Der Drift-Flux kann wie folgt in die Differenz der effektiven Phasengeschwindigkeiten umgerechnet werden

$$j_{GFI} = \varepsilon (1 - \varepsilon) (u_G - u_{FI}) .$$

Das sogenannte homogene Zweiphasenströmungsmodell ist ein Sonderfall des Driftmodells, für den gilt, daß die Phasengeschwindigkeiten u_G und u_{FI} gleich der Volumenstromdichte j sind.

Bei den obigen Überlegungen wird aus Gründen der Handhabbarkeit und der Reduktion des mathematischen Aufwandes eine Mittelwertbildung der Strömungsparameter (z.B. der Phasengeschwindigkeiten sowie des hieraus berechneten Schlupfes) über dem Rohrquerschnitt vorgenommen. Hierbei werden die Einflüsse

der Strömungsformen, d.h. die Informationen der radialen Phasenverteilung sowie der Geschwindigkeitsprofile über dem Strömungsquerschnitt vernachlässigt. Erst mit der Entwicklung von Modellen, die ungleichförmige Verteilungen der Phasengeschwindigkeiten sowie des Dampfgehaltes über dem Strömungsquerschnitt berücksichtigen, ist eine realistische Modellierung der Zweiphasenströmung möglich. Mit der Verbesserung der Meßtechnik (z.B. Laser-Doppler-Anemometrie) ist man heutzutage darüber hinaus in der Lage lokale Eigenschaften von Zweiphasenströmungen zu messen und somit auch die lokalen Modelle zu verifizieren.

Nachfolgend werden die wichtigsten Definitionen der **lokalen (mikroskopischen) Parameter** kurz vorgestellt. Zunächst werden die örtlichen Volumenstromdichten der Einzelphasen definiert. Es gilt

$$j_G = \varepsilon u_G$$

und

$$j_{FI} = (1 - \varepsilon) u_{FI} .$$

Die Gesamtvolumenstromdichte j ist die Summe der Volumenstromdichten der Einzelphasen, d.h.

$$j = j_G + j_{FI} = \varepsilon u_G + (1 - \varepsilon) u_{FI} .$$

Ferner ist die örtliche Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen u_R definiert als

$$u_R = u_G - u_{FI} ,$$

und die örtlichen Phasendriftgeschwindigkeiten als

$$u_{Gj} = u_G - j = (1 - \varepsilon)(u_G - u_{FI})$$

und

$$u_{FIj} = u_{FI} - j = \varepsilon(u_{FI} - u_G) .$$

Der Drift-Flux der Dampfphase ergibt sich somit anhand

$$j_{GF1} = \varepsilon u_{Gj} = \varepsilon(u_G - j).$$

Analog wird der Drift-Flux der flüssigen Phase über

$$j_{FG} = (1 - \varepsilon) u_{Fj} = (1 - \varepsilon)(u_F - j).$$

Da sich der Drift-Flux der beiden Phasen auf die mittlere Geschwindigkeit des Gemisches bezieht, gilt

$$j_{FG} = -j_{GF1}.$$

Hieraus folgt, daß sich mit Hilfe des Drift-Modells die Phasengeschwindigkeiten ineinander umgerechnet werden können, sofern der Gesamtvolumenstrom und der Phasenanteil bekannt sind.

Die zuvor beschriebene mikroskopische Betrachtungsweise kann durch eine geeignete Mittelungsvorschrift in eine makroskopische Betrachtungsweise überführt werden. Die Mittelwerte ergeben sich hierbei durch Integration der mikroskopischen Größe $f(A)$ über dem Strömungsquerschnitt A und der anschließenden Division durch A . Es gilt

$$f = \frac{1}{A} \int_0^A f(A) dA.$$

Wendet man diese Definition z.B. auf die Mittelungsvorschrift auf den Dampfvolumenteil an, so ergibt sich dessen Mittelwert ε über dem Strömungsquerschnitt zu

$$\varepsilon = \frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon(A) dA.$$

Analog können die makroskopischen Volumenstromdichten der Phasen j_{F1} und j_G aus den mikroskopischen Größen j_{F1} und j_G hergeleitet werden. Es gilt

$$j_{F1} = \frac{1}{A} \int_0^A j_{F1}(A) dA$$

bzw.

$$j_G = \frac{1}{A} \int_0^A j_G(A) dA .$$

Um einen dampfvolumenanteilbezogenen Mittelwert K des mikroskopischen Strömungsparameters K zu berechnen, wird das Produkt aus dem Volumendampfanteil und des Wertes selbst über dem Strömungsquerschnitt integriert und anschließend durch das Integral des Volumendampfanteils geteilt. Es gilt

$$K = \frac{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon(A) K dA}{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon(A) dA} .$$

Diese Mittelungsvorschrift ist z.B. für die Bestimmung des makroskopischen Phasengeschwindigkeiten anzuwenden. Setzt man in die Definition von u_G

$$u_G = \frac{j_G}{\varepsilon}$$

die Mittelungsvorschriften für j_G und ε ein, so erhält man

$$u_G = \frac{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon u_G dA}{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon dA} .$$

Analog gilt für u_{Fl}

$$u_{Fl} = \frac{\frac{1}{A} \int_0^A (1 - \varepsilon) u_{Fl} dA}{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon dA} .$$

Man sieht, daß die makroskopischen Geschwindigkeiten sich nicht als Mittelwerte der mikroskopischen Geschwindigkeiten darstellen, sondern den mit den Phasenvolumenanteilen gewichteten Mittelwerten der Phasengeschwindigkeiten entsprechen. Dies ist deshalb von Bedeutung, da bei Zweiphasenströmungen sowohl die Phasenvolumenanteile als auch die Phasengeschwindigkeiten innerhalb eines Strömungsquerschnittes stark variieren.

Sollen hingegen Parameter gemittelt werden, die einen Massenbezug besitzen, so ist das Produkt der mikroskopischen Dichte ρ und des jeweiligen Strömungsparameters zu integrieren und anschließend durch das Integral der Dichte über den Strömungsquerschnitt zu dividieren. Eine massenbezogene Größe ist z.B. die mikroskopische spezifische Enthalpie h . Es gilt

$$h = \frac{\frac{1}{A_0} \int \rho(A) h dA}{\frac{1}{A_0} \int \rho(A) dA} .$$

3 Korrelationen zur Berechnung von volumetrischen Dampfanteils

In der Literatur finden sich verschiedene Modelle (z.B. Martinelli und Nelson sowie Chawla), die den volumetrischen Dampfanteil ε analog zu den zweiphasigen Reibungsdruckverlusten bestimmen. Diese Modelle unterscheiden sich jedoch wesentlich hinsichtlich der Beschreibung von Zweiphasenströmungen. Während Martinelli und Nelson in ihrem Modell von den Strömungszuständen der Phasen (laminar oder turbulent) ausgehen, differenziert Chawla zwischen der Art der Phasenverteilung der Gasphase (kontinuierlich oder dispers). Nachfolgend werden beide Modelle im Detail vorgestellt.

3.1 Martinelli und Nelson

Mit Hilfe des Modells von Martinelli und Nelson [MAR-48, LOR-49] werden vorrangig Druckverluste in Zweiphasenströmungen berechnet. Die diesem Modell zu Grunde liegende Idee ist, daß der zweiphasige Druckverlust $(dp/dz)_{ZP}$ durch Multiplikation des bekannten und einfach zu berechnenden einphasigen Druckverlustes $((dp/dz)_G$ oder $(dp/dz)_{FI}$) mit einem sogenannten Zweiphasenmultiplikator bestimmt werden kann. Generell bieten sich als Bezugsgröße zwei Möglichkeiten (d.h. entweder die Flüssigkeit oder das Gas) an. Folglich leiten sich hieraus die beiden Multiplikatoren

$$\phi_G^2 = \left(\frac{dp}{dz} \right)_{ZP} / \left(\frac{dp}{dz} \right)_G$$

und

$$\phi_{FI}^2 = \left(\frac{dp}{dz} \right)_{ZP} / \left(\frac{dp}{dz} \right)_{FI}$$

ab. Da jede der beiden Phasen des Gemisches sowohl laminar oder turbulent strömen kann, existieren für jede Phase insgesamt vier Multiplikatoren und zwar $\phi_{G,ll}$, $\phi_{G,lt}$, $\phi_{G,tl}$ und $\phi_{G,tt}$ bzw. $\phi_{FI,ll}$, $\phi_{FI,lt}$, $\phi_{FI,tl}$ und $\phi_{FI,tt}$. Hierbei kennzeichnet der erste Index die Strömungsform der Flüssigkeit und der zweite Index die Strömungsform der Gasphase. Da in technischen Apparaten beide Phasen

meistens turbulent strömen, ist die nachfolgende Betrachtung auf die Fälle $\phi_{G,tt}$ und $\phi_{Fl,tt}$ beschränkt.

Martinelli und Nelson nehmen weiter an, daß der Zweiphasenmultiplikator ϕ eine Funktion des Verhältnisses der einphasigen Druckverluste ist und die Phasen getrennt durch das Rohr strömen. Die Massenströme der Phasen besitzen folglich die Werte $\dot{M}_G = \dot{x}M$ bzw. $\dot{M}_{Fl} = (1-\dot{x})\dot{M}$. Anhand von Ähnlichkeitsbetrachtungen definierte Martinelli dann den nach ihm benannten Parameter X , für den je nach Charakter der Strömung der einzelnen Phasen (laminar oder turbulent) wiederum vier Fälle zu unterscheiden sind. Von diesen wird nachfolgend wiederum nur der Fall turbulent strömender Gas- und Flüssigkeitsphasen detailliert betrachtet. Es gilt

$$X_{tt} = \left[\frac{(dp/dz)_{Fl,einzel}}{(dp/dz)_{G,einzel}} \right]^{2-n_{Ma}} = \left[\frac{\phi_{G,tt}}{\phi_{Fl,tt}} \right]^{2-n_{Ma}},$$

wobei n_{Ma} den Wert 0,25 besitzt. Die einphasigen Druckverluste, die mit den Massenströmen \dot{M}_G bzw. \dot{M}_{Fl} zu berechnen sind, ergeben sich anhand

$$\frac{dp}{dz} = \zeta_K \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} u^2,$$

mit L als Rohrlänge und D als Durchmesser. Nach Einsetzen des Gesetzes von Blasius für die Widerstandsbeiwerte ζ_{Fl} und ζ_D

$$\zeta_K = \frac{0,079}{Re_K^{0,25}},$$

mit Re als Reynolds-Zahl der Phase K (der Phasenindex $K = G$ kennzeichnet die Gasphase, der Phasenindex $K = Fl$ die Flüssigkeitsphase), die sich über

$$Re_G = \frac{\dot{x} \dot{m} D}{\eta_G},$$

bzw.

$$Re_{Fl} = \frac{(1-\dot{x}) \dot{m} D}{\eta_{Fl}}.$$

berechnen. In den obigen Gleichungen bezeichnet \dot{m} die gesamte Massenstromdichte, x den Dampfgehalt der Strömung, η die dynamischen Viskositäten und ρ die Dichten der einzelnen Phasen. Nach Einsetzen der obigen Gleichungen in die Definitionsgleichung des Martinelli-Parameters folgt

$$X_{tt} = \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl}} \right)^{\frac{1}{2-n_{Ma}}} \left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G} \right)^{\frac{n_{Ma}}{2-n_{Ma}}} \left(\frac{1-x}{x} \right).$$

Aus dem Vergleich mit experimentellen Daten von Wasser-Luft und Öl-Luft-Gemischen wurden die Exponenten der obigen Gleichung wie folgt modifiziert

$$X_{tt} = \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl}} \right)^{0,5} \left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G} \right)^{0,1} \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0,9}.$$

Die Zweiphasenmultiplikatoren berechnen sich abschließend anhand

$$\phi_{G,tt}^2 = 1 + 20 X_{tt} + X_{tt}^2$$

und

$$\phi_{Fl,tt}^2 = 1 + \frac{20}{X_{tt}} + \frac{1}{X_{tt}^2}.$$

Analog zum zweiphasigen Druckverlust zeigten Lockhart und Martinelli [LOR-49], daß auch der Dampfvolumenteil ε gut zum Martinelli-Parameters X korreliert werden kann. Die Gleichung für die Ausgleichskurve bestimmte Wallis [WAG-69] zu

$$\varepsilon = \left[1 + X_{tt}^{0,8} \right]^{-0,378}.$$

Obwohl die Korrelation auf Messungen in horizontalen Rohren mit Durchmessern zwischen 10 - 50 mm beruht, zeigte Wallis, daß die Korrelation auch für Ringströmungen in vertikalen Rohren anwendbar ist. Die Korrelation versagt jedoch für Blasenströmungen. Dies liegt vor allem daran, daß bei Blasenströmungen die Auftriebskräfte die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Phasen hervorrufen. Diese werden in der obigen Gleichung nicht berücksichtigt.

Weitere Nachteile dieser Korrelation sind die nicht mögliche Extrapolation auf große Rohrdurchmesser sowie die fehlende Möglichkeit der Berechnung der Gegenstrombegrenzung. Analog zu den Schlupfansätzen wird auch hier nur der Quotient

der Phasengeschwindigkeiten, der indirekt in dem Martinelli-Parameter X über den Term

$$\frac{(1-\dot{x})}{\dot{x}} = \frac{\dot{M}_{\text{Fl}}}{\dot{M}_{\text{G}}} = \frac{u_{\text{Fl}} \rho_{\text{Fl}} A_{\text{Fl}}}{u_{\text{G}} \rho_{\text{G}} A_{\text{G}}},$$

enthalten ist, korreliert. Ferner ergeben sich bei stagnierenden Wassersäulen unbestimmte Ausdrücke für den Martinelli Parameter.

Eine weitere Näherung des zuvor beschriebenen Verfahrens ist die in [HEG-93] angegebene Gleichung

$$\varepsilon = 1 - \left[1 + \frac{21}{X_{\text{tt}}} + \frac{1}{X_{\text{tt}}^2} \right]^{-0,5}.$$

Daraus wird ersichtlich, daß der Dampfvolumenteil ε ausschließlich eine Funktion des Martinelli-Parameters ist. Dieser hängt ausschließlich vom Dichteverhältnis, dem Dampfmassenstromanteil und dem Viskositätsverhältnis ab.

3.2 Chawla

Während bei Martinelli und Nelson die Betrachtung der Zweiphasenströmung auf einer Differenzierung der Strömungszustände der Phasen basiert (vgl. Kap. 3.1), beruht die Modellvorstellung von Chawla [CHJ-67, CHJ-71, CHJ-721, CHJ-722] auf einer Aufteilung anhand der Art der Phasenverteilung der Gasphase, in denen der Reibungsdruckverlust bzw. der Dampfvolumenteil unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten folgt.

Der erste Bereich ist der Bereich kleiner Gasvolumenanteile und hoher Drücke, in dem die mittlere Gasgeschwindigkeit und die mittlere Flüssigkeitsgeschwindigkeit in etwa gleich groß sind. Hier schlägt Chawla vor, den Dampfvolumenteil mit Hilfe des Modells von **Bankoff** (vgl. Kap. 4.3) zu berechnen.

Im Bereich großer Gasvolumenanteile und/oder niedriger Drücke ist die mittlere Gasgeschwindigkeit deutlich größer als die mittlere Flüssigkeitsgeschwindigkeit und die Gasphase tritt als zusammenhängende Phase auf. Daher beeinflusst in

diesen Fällen der Impulsaustausch zwischen den Phasen maßgeblich den Druckverlust.

Chawla geht von der Gleichung für den einphasigen Druckverlust nach Blasius aus und führt hier den Zweiphasenparameter ε_C ein, der den Einfluß der Verteilung der Phasen über dem Rohrquerschnitt, die Erhöhung der Rauigkeit der Flüssigkeitsoberfläche sowie des Impulsaustausches zwischen den Phasen berücksichtigt.

Nach Chawla berechnet sich der Flüssigkeitsvolumenanteil $(1-\varepsilon)$ einer Zweiphasenströmung anhand

$$(1-\varepsilon)^{-3} = 1 + K_C^{-3} ,$$

mit

$$\log(K_C) = \left[1,1 - 0,1965 \log\left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G}\right) \right] \log(\varepsilon_C) + 0,868 - 0,1335 \log\left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G}\right) .$$

Die Gleichung für den Flüssigkeitsvolumenanteil $(1-\varepsilon)$ kann wie folgt nach dem Dampfvolumenteil umgestellt werden

$$\varepsilon = 1 - (1 + K_C^{-3})^{-0,33} .$$

Die Größe ε_C ist ein Zweiphasenparameter, der von Chawla zur Berücksichtigung des Impulsaustausches zwischen den Phasen eingeführt wurde und anhand

$$\varepsilon_C^{-3} = \varepsilon_{C,1}^{-3} + \varepsilon_{C,2}^{-3}$$

zu berechnen ist. Die Werte $\varepsilon_{C,1}$ bzw. $\varepsilon_{C,2}$ berechnen sich entsprechend

$$\log(\varepsilon_{C,1}) = 0,9592 + \log(B^*) ,$$

und

$$\log(\varepsilon_{C,2}) = \left[0,1675 - 0,055 \log\left(\frac{k_S}{D}\right) \right] \log(B^*) - 0,67 .$$

Der Quotient k_S/D besitzt für Rohre in guter Näherung den Wert 10^{-5} . B^* ist hierbei definiert als

$$B^* = \frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} (\text{Re}_{Fl} \text{Fr}_{Fl})^{-0,167} \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G}\right)^{-0,9} \left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G}\right)^{-0,5}$$

mit

$$Re_{F1} = \frac{(1-\dot{x})\dot{m}D}{\eta_{F1}}$$

und

$$Fr_{F1} = \frac{(1-\dot{x})^2 \dot{m}^2}{\rho_{F1}^2 g D}.$$

Die Schwierigkeit bei der Anwendung des Modells von Chawla liegt nun in der Bestimmung des Anwendungsbereiches der einzelnen Modelle für eine gegebene Zweiphasenströmung. Dieses Problem ist bis heute zwar nicht gelöst, Chawla gibt jedoch in [CHJ-721, CHJ-722] ein Bild an, mit dessen Hilfe die Fallunterscheidung vorgenommen werden kann (vgl. Bild 3.1).

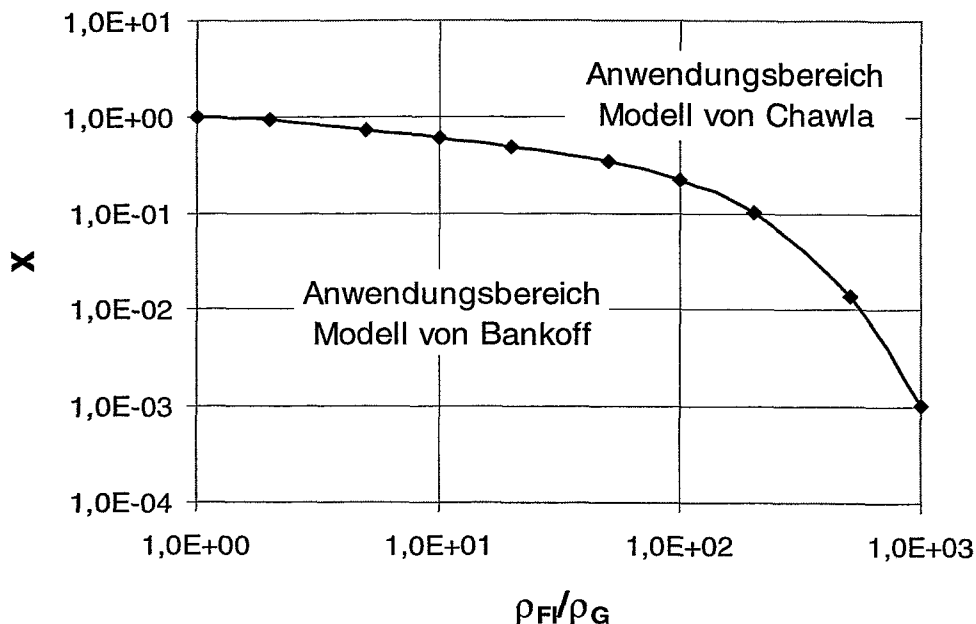


Bild 3.1: Anwendungsbereiche der Modelle von Bankoff und Chawla zur Bestimmung des volumetrischen Dampfanteils ε übernommen aus [CHJ-721, CHJ-722].

Für die in Bild 3.1 dargestellte Kurve ergibt sich anhand des Polynom 4-Grades

$$\log(\dot{x}) = \log \left(C_1 + C_2 \left(\frac{\rho_{F1}}{\rho_G} \right) + C_3 \left(\frac{\rho_{F1}}{\rho_G} \right)^2 + C_4 \left(\frac{\rho_{F1}}{\rho_G} \right)^3 + C_5 \left(\frac{\rho_{F1}}{\rho_G} \right)^4 \right)$$

mit

$$C_1 = 0,0055167,$$

$$C_2 = 0,0679876,$$

$$C_3 = -0,6441180,$$

$$C_4 = 0,4789722,$$

und

$$C_5 = -0,127550 .$$

Es ist zu erkennen, daß mit abnehmendem Dichteverhältnis auch der Bereich in dem der Dampfvolumenteil mit Hilfe des Modells von Chawla berechnet werden kann, zunimmt. Streng genommen ist dieser Übergang neben dem Dichteverhältnis auch von weiteren Parametern wie z.B. der Massenstromdichte abhängig. Bei hohen Massenstromdichten (z.B. beim kritischen Ausströmen) erweitert sich der Anwendungsbereich des Modells von Chawla. Bei kleinen Massenstromdichten hingegen dehnt sich der Anwendungsbereich des Modells von Bankoff unabhängig vom Dichteverhältnis sowie des Dampfvolumentails aus. Die in Bild 3.1 dargestellte Kurve gilt daher in guter Näherung für die in den meisten technischen Anwendungen vorkommenden mäßigen Massenstromdichten [CHJ-722].

Das zuvor beschriebene Verfahren gibt Versuchswerte verschiedener Autoren in vertikalen, horizontalen oder beliebig geneigten Rohren im Bereich $0 \leq \dot{x} \leq 1$ für Luft-Wasser sowie Luft-Öl Gemische gut wieder. Hierbei liegt der Quotient der Viskositäten im Bereich $30 < \eta_G / \eta_{Fl} < 1600$.

4 Schlupfmodelle

In der Literatur gibt es zahlreiche Ansätze für den Schlupf S . Dieser ist definiert als Quotient der Phasengeschwindigkeiten u_G und u_{Fl}

$$S = \frac{u_G}{u_{Fl}} .$$

und mit dem volumetrischen Dampfanteil ε bzw. dem massenbezogenen Strömungsdampfanteil \dot{x} über

$$S = \frac{\dot{x}}{(1-\dot{x})} \frac{(1-\varepsilon) \rho_{Fl}}{\varepsilon \rho_G}$$

verbunden. In der Praxis sind die Massenströme der einzelnen Phasen sowie die geometrischen (Länge und Durchmesser) und thermodynamischen Parameter (Druck und Temperatur und somit auch die Dichten) bekannt. Daher kann nur noch der Schlupf oder der Volumenanteil frei gewählt werden, die andere Größe liegt dann fest. Der Schlupf nimmt zu mit

wachsendem Dichteverhältnis zwischen Gas und Flüssigkeit,

Abnahme der Viskosität der Flüssigkeit,

und

Strömungsformen, die eine Separation der Phasen begünstigen.

Der Schlupfansatz versagt jedoch für stehende Wassersäulen oder bei Gegenströmung. Bei stehenden Wassersäulen wird der Nenner in der Definitionsgleichung für den Schlupf sehr klein, d.h. die Werte für den Schlupf werden unendlich groß. Bei Gegenströmung nimmt der Schlupf hingegen negative Werte an.

Ein spezieller Schlupfansatz ist das homogene Modell, bei dem angenommen wird, daß die Phasen mit gleicher Geschwindigkeit in dem Rohr strömen (d.h. der Schlupf besitzt den Wert 1). Das homogene Modell kann nur dann angewendet werden, wenn die Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen vernachlässigt werden kann.

Die einzelnen Modelle unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Einflußparameter (vgl. Tabelle 4.1). Bei den Modellen ist zwischen empirischen und theoretischen Ansätzen zu unterscheiden. Diese werden nachfolgend kurz vorgestellt. Ein Sonderfall des Schlupfmodells ist das homogene Modell, bei dem angenommen wird, daß die Phasen mit gleicher Geschwindigkeit in dem Rohr strömen (d.h. der Schlupf besitzt den Wert 1).

Tab. 4.1: Übersicht über Modelle zur Berechnung des Schlupfes zwischen den Phasen und Einflußparameter.

Autor	Abhängigkeit
Zivi	$S = f(\rho_F, \rho_G)$
Levy	$S = f(\varepsilon, \rho_F, \rho_G)$
Bankoff allgemein Formulierung Modell für Wasser	$S = f(\dot{\varepsilon}, \dot{x}, \rho_F, \rho_G)$ $S = f(\dot{\varepsilon}, p)$
Jones	$S = f(\varepsilon, p)$
Armad und Treschev	$S = f(\dot{\varepsilon}, p)$
von Glahn	$S = f(\dot{\varepsilon}, \rho_F, \rho_G)$
Thom	$S = f(\rho_F, \rho_G, p)$
Smith	$S = f(\rho_F, \rho_G, \dot{x})$
Miropol'ski	$S = f(D, T, p, \dot{m})$
Machatterre und Hoglund	$S = f(\dot{x}, \rho_F, \rho_G, D)$
Ahmad	$S = f(D, \dot{m}, \rho_F, \rho_G, \eta_F)$
Cise	$S = f(D, \dot{m}, \varepsilon, \rho_F, \rho_G, \eta_F, \sigma)$
Hughmark	$S = f(D, T, p, \dot{m}, \varepsilon)$

4.1 Zivi

Zivi gibt in [ZIS-64] ein theoretisches Modell zur Bestimmung des Schlupfes für Ringströmungen an. Hierbei betrachtet Zivi nur die kinetischen Energien der Phasen Wasser und Dampf (d.h. es werden weder Impulsaustausch- noch Wandreibungskräfte berücksichtigt) und nimmt ferner an, daß die Entropiezunahme in einer zweiphasigen Strömung durch Variation des Schlupfes ein Minimum annimmt.

Die kinetische Energie E_{kin} der zweiphasigen Strömung berechnet sich anhand

$$E_{\text{kin}} = 0,5(u_G^2 \dot{M}_G + u_{FI}^2 \dot{M}_{FI}).$$

In obiger Gleichung kennzeichnen u_G und u_{FI} die Geschwindigkeiten der Phasen, die anhand

$$u_G = \frac{x\dot{M}}{\varepsilon A \rho_G}$$

und

$$u_{FI} = \frac{(1-x)\dot{M}}{(1-\varepsilon)A \rho_{FI}}$$

zu berechnen sind, und \dot{M}_G bzw. \dot{M}_{FI} deren Massenströme. Diese ergeben sich anhand

$$\dot{M}_G = x \dot{M}$$

und

$$\dot{M}_{FI} = (1-x) \dot{M} .$$

Setzt man die obigen Ausdrücke in die Gleichung für E_{kin} ein, so erhält man schließlich

$$E_{\text{kin}} = \frac{\dot{x}^3 \dot{M}^3}{2 \varepsilon^2 \rho_G} + \frac{(1-\dot{x}) \dot{M}^3}{2(1-\varepsilon)^2 \rho_{\text{Fl}}^2}.$$

Das Minimum der kinetischen Energie ergibt sich bei Ableitung der Gleichung für E_{kin} nach dem Dampfvolumenanteil ε , d.h.

$$\frac{dE_{\text{kin}}}{d\varepsilon} = 0 = \frac{\left(\frac{\dot{x}^3 \dot{M}^3}{2 \varepsilon^2 A^2 \rho_G^2} + \frac{(1-\dot{x}) \dot{M}^3}{2(1-\varepsilon)^2 A^2 \rho_{\text{Fl}}^2} \right)}{d\varepsilon}$$

Nach Multiplikation mit dem Faktor 2 sowie Division durch \dot{M} und A folgt

$$0 = -\frac{\dot{x}^3 \varepsilon^{-3}}{\rho_G^2} + \frac{(1-\dot{x})^3 (1-\varepsilon)^{-3}}{\rho_{\text{Fl}}^2}.$$

Diese Gleichung läßt sich nach dem Verhältnis von $(1-\varepsilon)/\varepsilon$

$$\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) = \left(\frac{1-\dot{x}}{\dot{x}} \right) \left(\frac{\rho_G}{\rho_{\text{Fl}}} \right)^{2/3}$$

umstellen.

Setzt man diesen Term in die Definition für den Schlupf S

$$S = \frac{u_G}{u_{\text{Fl}}} = \frac{\dot{x}}{(1-\dot{x})} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_G}$$

ein, erhält man

$$S = \left(\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_G} \right)^{0.33}.$$

Da das Modell von Zivi keine Abhängigkeit des Schlupfes von den Massenströmen berücksichtigt, gilt das Modell ausschließlich für Ringströmungen mit mäßigen Dampfgeschwindigkeiten bei denen noch keine Ring-/Tröpfchenströmung vorliegt.

4.2 Levy

Der Ansatz von Levy [LES-60] liefert wie das Modell von Zivi (vgl. Kap. 4.1) gute Ergebnisse für den Bereich der Ringströmung mit mäßigen Dampfgeschwindigkeiten. Levy setzt voraus, daß die beiden Phasen zueinander im thermischen Gleichgewicht stehen und beide Phasen voneinander getrennt strömen. Folglich stellt Levy für jede Phase eine eigene Impulsbilanz sowie Bernoulli-Gleichung auf. Weiterhin unterstellt Levy, daß beide Phasen entlang des Rohres den gleichen statischen Druck besitzen, d.h. die phasenbezogenen Reibungsdruckverluste sollen den hydrostatischen Druckänderungen entlang des Strömungsweges entsprechen. Ferner nimmt Levy an, daß zwischen den Phasen werden nur Schubspannungen übertragen, da Levy sowohl die Masse des Gases sowie dessen Impuls vernachlässigt. Der Schlupf ergibt sich somit zu

$$S = \sqrt{\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{G}}}} 2\varepsilon ,$$

allerdings ist die Beziehung wiederum vom Volumendampfanteil ε abhängig. Setzt man die obige Gleichung in die Definition für den Schlupf

$$S = \frac{\dot{x}}{(1-\dot{x})} \frac{(1-\varepsilon) \rho_{\text{Fl}}}{\varepsilon \rho_{\text{G}}}$$

ein, so erhält man die iterativ zu lösende Gleichung

$$S = \frac{\dot{x}}{(1-\dot{x})} \left(\frac{2}{S^2} - \frac{\rho_{\text{G}}}{\rho_{\text{Fl}}} \right) \left(\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{G}}} \right)^2 .$$

Ein Vergleich mit eigenen Messungen [LES-60] zeigt allerdings nur eine mäßige Übereinstimmung, die Abweichungen lagen in der Größenordnung von bis zu 50%.

4.3 Bankoff

Das Modell von Bankoff [BAS-60] eignet sich zur Berechnung des Dampfanteils in Wasser-Dampf Strömungen im Bereich niedriger Dampfvolumenanteile (d.h. Blasenströmungen oder ähnliche Strömungsformen). Der Gültigkeitsbereich von ε

wird in der Literatur zwar mit $\varepsilon < 0.8$ angegeben, jedoch werden nach [HUJ-75] speziell Werte im Bereich von $0.6 < \varepsilon < 0.8$ schlecht oder nur zufriedenstellend wiedergegeben. Das Modell versagt generell bei $\varepsilon > 0.8$, da in diesen Fällen die Vorstellung, daß an jeder Position in einem Strömungsquerschnitt gleiche Phasengeschwindigkeiten vorliegen unzutreffend ist (z.B. bei einer Ringströmung). Gleiches gilt für den Fall, daß der berechnete Wert von ε größer oder gleich dem Bankoff Parameter K_{Ban} ist.

Der Ansatz von Bankoff eignet sich zur Bestimmung des örtlichen volumetrischen Dampfanteils über dem Rohrquerschnitt, mündet in seiner Endformulierung aber in einer Beziehung für ε . Bankoff unterstellt, daß beide Phasen an jeder Position innerhalb eines Rohrquerschnittes die gleiche lokale Geschwindigkeit besitzen. Den Dampfanteil ε bestimmt Bankoff anhand

$$\varepsilon = K_{\text{Ban}} \dot{\varepsilon} = K_{\text{Ban}} \frac{1}{1 + \frac{(1-\dot{x}) \rho_G}{\dot{x} \rho_{\text{Fl}}}}$$

In obiger Gleichung bezeichnet K den Bankoff Parameter, der über

$$K_{\text{Ban}} = 0.71 + 2.35 \frac{\rho_G}{\rho_{\text{Fl}}}$$

berechnet wird. Für Wasser-Dampf Strömungen gibt Bankoff für K_{Ban} die empirische Gleichung

$$K_{\text{Ban}} = 0.71 + 0.3209 \frac{p}{p_{\text{krit}}}$$

an. In dieser Gleichung bezeichnet p den Druck in der Einheit bar und p_{krit} den kritischen Druck, der den Wert 221.21 bar besitzt. Generell besitzt K_{Ban} Werte zwischen 0.7 und 0.9.

Der Gültigkeitsbereich der Korrelation von Bankoff lautet

$$\begin{aligned} 0 & \leq \varepsilon \leq 0,8, \\ 300 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s}) & \leq \dot{m} \leq 1400 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s}) \end{aligned}$$

und

$$1,0 \text{ MPa} \leq p \leq 14,0 \text{ MPa.}$$

Aus dem Dampfanteil berechnet Bankoff nun den Schlupf S anhand

$$S = \frac{1-\varepsilon}{K-\varepsilon}.$$

Das Modell von Bankoff kann nach Modifikation auch im Bereich hoher Dampfvolumentanteile (d.h. der Gültigkeitsbereich ε ist nun von $0 \leq \varepsilon \leq 1$) angewendet werden. Hierzu ist in die obigen Gleichungen anstelle von K_{Ban} der modifizierte Koeffizient $K_{\text{Ban,mod}}$ einzusetzen. $K_{\text{Ban,mod}}$ berechnet sich wie folgt

$$K_{\text{Ban,mod}} = K_{\text{Ban}} (1-\varepsilon^2) + \varepsilon^2.$$

4.4 Jones

Die Schlupfgleichung nach Bankoff wurde für Wasser-Dampf Strömungen von Jones [JOA-64] wie folgt modifiziert

$$S = \frac{1-\varepsilon}{K^* - \varepsilon + (1-K^*)\varepsilon^o}.$$

Der Strömungsfaktor K^* sowie der Exponent o werden anhand der empirischen Gleichungen

$$K^* = 0.71 + 13.1 \frac{p}{10^4 \text{ bar}}$$

und

$$o = 3.33 + 2.61 \frac{p}{10^3 \text{ bar}} + 96.8 \left(\frac{p}{10^3 \text{ bar}} \right)^2$$

berechnet.

4.5 Armad und Treschev

Armad und Treschev [ARA-59] entwickelten eine ähnliche Beziehung wie Bankoff (vgl. Kap. 4.3). Der einzige Unterschied liegt in der Berechnung des Strömungsfaktors K , der nach Armad und Treschev über

$$K = 0,833 + 0,05 \log(p)$$

berechnet wird. In die obige Gleichung ist der Druck p in bar einzusetzen.

4.6 Von Glahn

Von Glahn [VGU-62] modifizierte den Ansatz von Bankoff dergestalt, daß er in die Gleichung zur Berechnung des Strömungsfaktors K die 0,1-te Potenz des Dichteverhältnisses der Phasen b

$$b = \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_D} \right)^{0,1}$$

eingührt. Es gilt

$$\frac{1}{K} = \dot{\epsilon} \left(1 + \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_D} \right)^{0,33} \left(\frac{1}{\dot{\epsilon}} - 1 \right) \right)^{1/b}$$

4.7 Thom

Umfangreiche Untersuchungen des Schlupfes wurden auch von Thom [THJ-64] durchgeführt. Er setzt voraus, daß der Schlupf ausschließlich eine Funktion des Druckes ist und berechnet diesen aus dem Quotienten des Dichteverhältnisses der Phasen a sowie dem experimentell bestimmten Schlupffaktor γ' . Es gilt

$$S = \frac{a}{\gamma'}$$

mit

$$a = \frac{\rho_{Fl}}{\rho_D}$$

In der nachfolgenden Tabelle sind für verschiedene Drücke zwischen 1 und 221,1 bar die Werte für a , γ' und S zusammengestellt.

Tab. 4.1: Zusammenstellung der Werte für den Quotienten der Phasendichte a , des experimentell bestimmten Schlupffaktors γ' sowie des Schlupfes für Wasser-Dampf Strömungen.

Parameter	Druck [bar]						
	1,01	17,2	41,3	85,2	144,8	206,8	221,1
Dichequotient $a = \frac{\rho_{FI}}{\rho_D}$	1600	99,1	38,3	15,33	6,65	2,48	1
Schlupffaktor γ'	246	40	20	9,8	4,95	2,15	1
Schlupf $S = \frac{a}{\gamma'}$	6,46	2,48	1,92	1,57	1,35	1,15	1

4.8 Smith

Smith [SMS-70] geht bei der Entwicklung seines Modells von der Vorstellung aus, daß die Zweiphasenströmung aus einer geschichteten Flüssigkeitsströmung (z.B. der Film bei einer Ringströmung) sowie einer homogenen Mischung aus Gas und Flüssigkeit besteht. Beide Teile der Strömung, d.h. der Flüssigkeitsfilm (nachfolgend durch den Index FI gekennzeichnet) sowie die homogene Mischung (nachfolgend durch den Index M gekennzeichnet) sollen nach Smith dieselbe kinetische Energie besitzen. Es gilt

$$E_{kin,FI} = E_{kin,M} \Leftrightarrow \rho_{FI} u_{FI}^2 = \rho_M u_M^2 .$$

Ausgehend von der Kontinuitätsgleichung leitete Smith nun den Zusammenhang zwischen dem Dampfvolumenteil ε sowie dem Dampfmassenstromanteil \dot{x} ab

$$\frac{1}{\varepsilon} = 1 + \frac{\rho_G}{\rho_{FI}} \left(\frac{1}{\dot{x}} - 1 \right) \left\{ K_w + (1 - K_w) \left[\frac{\dot{x} \rho_{FI} / \rho_G + K_w (1 - \dot{x})}{\dot{x} + K_w (1 - \dot{x})} \right]^{0.5} \right\} .$$

In obiger Gleichung bezeichnet K_w den Anteil der Wasserphase, die in dem homogenen Gemisch strömt. Dieser besitzt den experimentell bestimmten Wert 0,4. Bei dem Faktor K_w handelt es sich um einen Korrelationsparameter, d.h. es ist falsch

zu behaupten, daß bei einer Tröpfchenströmung der Wassermassenstrom im homogenen Gemisch konstant 40% des Gesamtwassermassenstromes beträgt. Dies widerspricht auch den vorliegenden experimentellen Daten.

Der Schlupf ergibt sich nun anhand

$$S = 0,4 + 0,6 \left[1 + 2,5 \frac{(\rho_{Fl} / \rho_G - 1) \dot{x}}{(1 + 1,5 \dot{x})} \right]^{0,5}.$$

Die Korrelation ist gültig für den gesamten Bereich des Dampfes.

4.9 Miropol'skij

Das Modell von Miropol'skij [HUJ-75] berechnet den Dampfvolumenteil in aufwärts von Wasser-Dampfgemischen durchströmten Rohren bei mittleren und hohen Drücken. Die Unterscheidung der Rohrgrößen erfolgt hierbei anhand der Bond-Zahl Bo , die definiert ist als

$$Bo = g D^2 \frac{\rho_{Fl} - \rho_D}{\sigma}.$$

Für Rohre mit $50 < Bo < 400$ gilt

$$S = 1 + \frac{13,5 (1 - p / p_{krit})}{Fr^{5/12} Re^{2/12}},$$

und für Bo -Zahlen ≤ 50

$$S = \left(\frac{p}{p_{krit}} \right)^{-0,38}.$$

Hierbei sind die Kennzahlen wie folgt definiert:

$$Re = \frac{\dot{m}^2 D}{\eta_{Fl}}$$

und

$$Fr = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{Fl}^2 g D},$$

Beide Korrelationen wurden anhand experimenteller Daten in einem weiten Parameterbereich überprüft. Für die großen Rohre umfaßt dieser

$$\begin{array}{rclcl} 115 \text{ kg/m}^2\text{s} & < & \dot{m} & < & 800 \text{ kg/m}^2\text{s}, \\ 39 \text{ bar} & < & p & < & 108 \text{ bar}, \\ 30 \text{ mm} & < & D & < & 48 \text{ mm}, \\ 0 & < & \dot{x} & < & 1,0 \end{array}$$

und für kleine

$$\begin{array}{rclcl} 370 \text{ kg/m}^2\text{s} & < & \dot{m} & < & 3400 \text{ kg/m}^2\text{s}, \\ 20 \text{ bar} & < & p & < & 98 \text{ bar}, \\ 7,7 \text{ mm} & < & D & < & 10,2 \text{ mm}, \\ 0 & < & \dot{x} & < & 1,0 \end{array} .$$

4.10 Marchaterre und Hoglund

Im Bereich kleiner Dampfmassenstromanteile (d.h. $\dot{x} < 0,2$) wird in der Praxis zur Berechnung des Schlupfes häufig der empirische Ansatz (Approximationsgleichungen experimenteller Daten) von Marchaterre und Hoglund [MAJ-62] angewendet. Dieser wurde ursprünglich für in Leichtwasserreaktorkernen verdampfendes Wasser entwickelt und gilt ausschließlich in aufwärts durchströmten Kanälen.

Der Ansatz für den Schlupf ist eine doppelte Exponentialfunktion und lautet

$$\begin{aligned} S = \exp \left\{ \exp \left[-0,45791 - 0,12487 \ln(\text{Fr}) - 0,020795 (\ln \text{Fr})^2 \right] \right. \\ \left. + \ln \varphi \exp \left[-1,1231 - 0,10296 \ln(\text{Fr}) - 0,03033 (\ln \text{Fr})^2 \right] \right. \\ \left. + (\ln \varphi)^2 \exp \left[-3,9782 + 0,157 \ln(\text{Fr}) - 0,0128796 (\ln \text{Fr})^2 \right] \right\}, \end{aligned}$$

mit φ als Dampfgehaltsparemeter, der definiert ist als

$$\varphi = \frac{\dot{x} \rho_{\text{Fl}}}{1 - \dot{x} \rho_{\text{G}}}$$

und Fr als Froude-Zahl, die ihrerseits wiederum definiert als

$$\text{Fr} = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{\text{Fl}}^2 g D} .$$

In der obigen Gleichung bezeichnet u_{FI} die Zulaufgeschwindigkeit der Flüssigkeit in den Kanal. Analog zu LWR, bei denen die Flüssigkeit stets einphasig in den Kern strömt, ist auch für eine zweiphasige Zuströmung die Froude-Zahl mit derjenigen Geschwindigkeit zu bilden, die sich ergibt wenn der gesamte Massenstrom rein einphasig strömen würde. Für Fr-Zahlen kleiner 1 ist der Schlupf zu extrapolieren [vgl. MAF-82].

Der Gültigkeitsbereich des Modells wird von den Autoren wie folgt angegeben:

$$\begin{array}{rclcl} & & p & < & 145 \text{ bar} \\ 0,2 & < & \varphi & < & 100, \\ 1 & < & Fr & < & 100 \end{array}$$

und

$$u_{FI} > 0,25 \text{ m/s.}$$

4.11 Ahmad

Für grobe Abschätzungen sind die meisten Verfahren sehr aufwendig zu handhaben. Daher empfiehlt Mayinger [MAF-82] für Überschlagsrechnungen den Schlupf anhand der Korrelation von Ahmad [AHS-70]

$$S = \left(\frac{\rho_{FI}}{\rho_D} \right)^{0,205} \left(\frac{\dot{m}D}{\eta_{FI}} \right)^{-0,016}$$

zu bestimmen. Der Gültigkeitsbereich für diese Korrelation wird von Ahmad wie folgt angegeben:

$$\begin{array}{rclcl} p & > & 10 \text{ bar} \\ \dot{m} & < & 400 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s}) . \end{array}$$

4.12 CISE

Als CISE Korrelation wird in der Literatur das Modell von Premoli, Francesco und Prina [PRA-70] bezeichnet. Hierbei wird der Schlupf S in Abhängigkeit von den Koeffizienten E_1 und E_2 sowie dem Dampfvolumentstromanteil $\dot{\epsilon}$ gemäß

$$S = 1 + E_1 \left(\frac{y}{1 + y E_2} - y E_2 \right)^{0,5} .$$

bestimmt. In obiger Gleichung ist E_1 definiert als

$$E_1 = 1,578 \operatorname{Re}^{-0,19} \left(\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{G}}} \right)^{0,22}$$

und E_2 als

$$E_2 = 0,0273 \operatorname{We} \operatorname{Re}^{-0,51} \left(\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho_{\text{G}}} \right)^{-0,08} .$$

In den obigen beiden Gleichungen kennzeichnen Re die Reynolds-Zahl und We die Weber-Zahl. Diese sind wie folgt definiert

$$\operatorname{Re} = \frac{\dot{m} D}{\eta_{\text{Fl}}}$$

und

$$\operatorname{We} = \frac{\dot{m}^2 D}{\sigma \rho_{\text{Fl}}} .$$

Die obige Definition der We -Zahl ist ungewöhnlich. Normalerweise kennzeichnet die We -Zahl den aus dem Rohr- und dem Blasendurchmesser gebildeten Quotienten. Weiterhin ist y ein aus dem Dampf- und dem Flüssigkeitsvolumenanteil bestehender Quotient, d.h.

$$y = \frac{\dot{\epsilon}}{1 - \dot{\epsilon}} .$$

4.13 Hughmark

Hughmark [HUG-63] leitete aus experimentellen Daten von Luft-Wasser bzw. Dampf-Wasser-Gemischen für senkrechte und waagerechte Rohre und Drücke bis

140 bar ein Modell zur Berechnung des Dampfvolumenanteils ε aus dem Dampfvolumenstromanteil und des Parameters $f(Z)$ ab. Dieses liefert über große Bereiche zufriedenstellende Ergebnisse, speziell bei großen Rohrdurchmessern ist jedoch mit größeren Fehlern zu rechnen. Es gilt

$$\varepsilon = \varepsilon f(Z)$$

wobei der Parameter $f(Z)$ in Abhängigkeit der Größe Z , die definiert ist als

$$Z = \frac{\text{Re}_M^{0,167} \text{Fr}_M^{0,125}}{(1-\varepsilon)^{0,25}}$$

zu bestimmen ist. Re_M kennzeichnen in obiger Gl. die Reynolds-Zahl des Gemisches, die anhand

$$\text{Re}_M = \frac{\dot{m} D}{(1-\varepsilon)\eta_{\text{Fl}} + \varepsilon\eta_{\text{G}}}$$

zu berechnen ist und Fr_M dessen Froude-Zahl. Es gilt

$$\text{Fr}_M = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{\text{Fl}}^2 g D}$$

Re_M enthält ebenfalls die zu berechnende Größe ε , d.h. das zuvor beschriebene Berechnungsverfahren ist iterativ. Anhand des in [HUU-75] angegebenen Diagramms wurde zwischen $f(Z)$ und Z folgender funktionaler Zusammenhang bestimmt:

$$f(Z) = -3 \cdot 10^{-5} Z^5 + 0,0007 Z^{-4} - 0,0044 Z^{-3} - 0,0163 Z^{-2} + 0,2966 Z - 0,1777$$

für $Z < 9$ und

$$f(Z) = 0,0695 \ln(Z) + 0,63$$

für $Z > 10$. Im Bereich $9 < Z < 10$ wird zwischen den beiden Gleichungen linear interpoliert.

5 $\dot{\varepsilon} - \varepsilon$ Modelle

Neben den Schlupfmodellen (vgl. Kap.4) findet sich in der Literatur eine weitere Klasse von empirischen Modellen. Dies sind die sogenannten $\dot{\varepsilon} - \varepsilon$ Modelle, bei denen Korrelationen für die sog. Schlupfeinflußgröße S' , der Differenz zwischen dem volumetrischen Dampfvolumenteil $\dot{\varepsilon}$ und dem Dampfvolumenteil ε , d.h.

$$S' = \dot{\varepsilon} - \varepsilon .$$

hergeleitet werden. Die Modelle für S' besitzen die Form einer Potenzgleichung, d.h.

$$S' = B_1 \varepsilon^{B_2} (1 - \varepsilon)^{B_3} Fr_{Fi}^{B_4} (1 - p/p_{krit})^{B_5} (p/p_{krit})^{B_6} .$$

Diese wurde erstmals von Kowalczewski präsentiert und von verschiedenen anderer Autoren (z.B. Kütüçüoğlu und Njo, Friedel sowie Löscher und Reinhardt) übernommen. In der obigen Gleichung ist die Froude-Zahl Fr_{Fi} , die das Verhältnis von Trägheits- zu Schwerkraften beschreibt, definiert als

$$Fr = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{Fi}^2 g D} .$$

Weiterhin kennzeichnet \dot{m} die Gesamtmassenstromdichte des Gemisches und p_{krit} den kritischen Druck bezeichnet, der für Wasser den Wert 221,29 bar besitzt.

5.1 Kowalczewski

Die Koeffizienten in der Gleichung für S' wurden von Kowalczewski [KOJ-64] für das Kältemittel R1 2 experimentell zu

$$B_1 = 0,71, B_2 = 1, B_3 = 0,5, B_4 = -0,045, B_5 = 1, B_6 = 0$$

bestimmt. Kowalczewski weist anhand experimenteller Daten von Baldina und Petersen [KUS-63] nach, daß dieses Modell auch auf Wasser-Dampf-Strömungen angewendet werden kann. Hierbei bleiben die Koeffizienten $B_2 - B_6$ gleich, nur B_1 besitzt in diesem Fall den Wert 0,71.

5.2 Kütükcüoglo und Njo

Anhand von experimentellen Daten von Rouhani und Becker [ROS-63] bestimmten Kütükcüoglu und Njo [KÜA-65] einen weiteren Satz Konstanten für Wasserdampf Strömungen. Diese besitzen die Werte

$$B_1 = 1, B_2 = 1, B_3 = 0,5, B_4 = -0,2, B_5 = 2, B_6 = 0$$

Die Korrelation ist gültig für

$$0.1 \quad Fr_{Fl} < \quad 1000$$

sowie

$$p/p_{krit} < \quad 0,65.$$

5.3 Friedel

Friedel [FRL-74] hat für das Kältemittel R12 den Koeffizienten B_1 sowie die Exponenten $B_2 - B_6$ durch systematische Variation der maßgeblichen Einflußgrößen zu

$$B_1 = 0,539, B_2 = 1, B_3 = 0,561, B_4 = -0,321, B_5 = 1,0162, B_6 = 0$$

bestimmt. Die Korrelation ist gültig für

$$\begin{array}{llll} 5 \text{ bar} & < & p & < & 23,5 \text{ bar,} \\ 500 \text{ kg/sm}^2 & < & \dot{m} & < & 4100 \text{ kg/sm}^2, \\ 0,006 \text{ m} & < & D & < & 0,15 \text{ m.} \end{array}$$

5.4 Löscher und Reinhardt

Während die Korrelationen von Kowalczewski, Kütükcüoglo und Njo sowie Friedel für aufwärtsdurchströmte vertikale Rohre gilt, leiten Löscher und Reinhardt [LÖS-73] anhand eigener Experimente in einem Rohr mit einem Durchmesser von 50,9 mm mit den Kältemitteln R11 und R12 sowie in der Literatur verfügbaren Daten für R22 eine analoge Korrelation für Strömungen in waagerechten Rohren ab. Im Gegensatz zu den drei übrigen Modellen besitzt der Exponent B_0 einen Wert ungleich Null.

Der Koeffizient bzw. die Exponenten besitzen im einzelnen die folgenden Werte:

$$B_1 = 1, B_2 = 1,39, B_3 = 0,8, B_4 = -0,25, B_5 = 3,4, B_6 = -0,22.$$

Das Modell von Löscher und Reinhardt ist dafür bekannt im Bereich sehr kleiner Massenstromdichten Werte für S' kleiner 0 zu liefern. In diesem Fall kann für den Volumendampfanteil ε in guter Näherung der Wert $\varepsilon = 0$ angenommen werden.

Der Gültigkeitsbereich der Korrelation wird von den Autoren mit

$$\begin{aligned} 15 \text{ mm} < d < 60 \text{ mm}, \\ 0,01 < p/p_{\text{krit}} < 0,36 \text{ bar}, \\ 15 < \rho_{\text{Fl}}/\rho_{\text{G}} < 900 \end{aligned}$$

angegeben.

6 Dampfgehaltsverteilung in ruhenden Medien

Eine weitere Klasse von Korrelationen zur Bestimmung des Dampfvolumentanteils in Zweiphasenströmungen wurde speziell für Flüssigkeits/Gas-Gemische mit freien Oberflächen entwickelt. Das bekannteste Anwendungsbeispiel ist hierbei die Messung von Füllständen in Blasensäulen, Verdampfern, Destillierböden, etc.

Generell existieren für das Problem der Füllstandsmessung zwei theoretische Grenzwerte. Der untere Grenzwert für den Füllstand ergibt sich unter der Annahme, daß Dampf und Flüssigkeit völlig separiert sind, der obere unter der Annahme, daß der gesamte Dampf homogen in der Flüssigkeit verteilt ist. Der tatsächliche Füllstand liegt zwischen diesen beiden Grenzwerten.

In Bild 6.1 ist die Phasenseparation in einem offenen Behälter dargestellt. Die in den Behälter eingeperrten Gasblasen steigen in der Mitte des Behälters auf. Hierbei ist die Aufstiegs geschwindigkeit der Blasen abhängig vom Auftrieb sowie dem Strömungswiderstand, der wiederum maßgeblich von der Viskosität und der Oberflächenspannung bzw. der Größe der Gasblasen abhängt. Die in der Flüssigkeit aufsteigenden Gasblasen haben eine Liftwirkung auf die Flüssigkeit, die in Wandnähe wieder nach unten strömt. In der Nähe der Behälterwand befinden sich jedoch aufgrund der Wandreibung nur wenige Blasen [MAF-82]. Im stationären Zustand entspricht der in den Behälter eingespeiste Dampfmassenstrom dem am Gemischspiegel separierten Dampfmassenstrom.

Rein empirische Korrelationen zur Bestimmung des Dampfvolumentanteils bzw. der Blasen aufstiegs geschwindigkeit zeigen jedoch eine unbefriedigende Übereinstimmung mit experimentellen Daten. Ferner ist auch die Extrapolation auf andere Durchmesser, Drücke bzw. Stoffsysteme fraglich. Eine bessere Übereinstimmung mit den Experimenten zeigt hingegen eine zweite Klasse von Modellen, bei der ausgehend von einer Dimensionsanalyse Produktansätze dimensionsloser Kennzahlen abgeleitet werden.

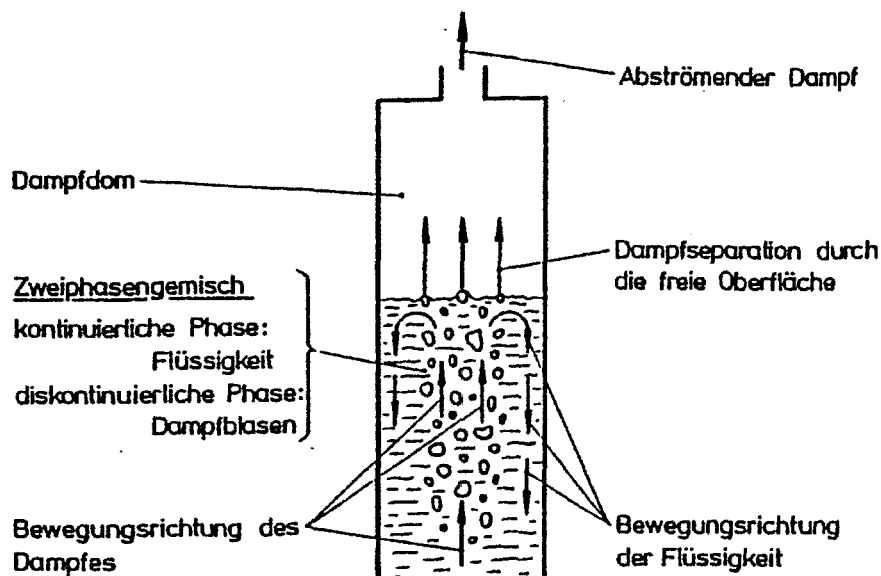


Bild 6.1: Dampfseparation aus einem Zweiphasengemisch mit freier Oberfläche [VIH-80].

Bei allen Modellen ist die Leerrohrgeschwindigkeit des Dampfes die Haupteinflußgröße bei der Bestimmung des Dampfvolumentanteils bzw. der Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen in Blasensäulen. Zwischen beiden Parametern besteht eine direkte exponentielle Abhängigkeit. Einen starken Einfluß besitzt auch der Systemdruck. Mit steigendem Druck nimmt der Dichteunterschied zwischen den Phasen ab, folglich vermindert sich der Auftrieb der Gasblasen in der Flüssigkeit und die Verweilzeit nimmt zu. Bei gleichen Drücken und gleichen Dampfeinpeiseraten werden in Behältern mit einem kleineren Durchmesser höhere Volumendampfanteile gemessen. Dies erklärt sich aus dem erhöhten Impulsaustausch der Dampfphase sowohl mit der Flüssigkeitsphase als auch mit den Behälterwänden. Hierdurch verzögert sich das Aufstiegsverhalten der Blasen im Behälter und erklärt, warum der effektive Wert der Aufstiegsgeschwindigkeit einer Einzelblase kleiner ist als der theoretische Wert in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit. Der Füllstand der reinen Flüssigkeit besitzt hingegen nur einen geringen Einfluß auf den volumetrischen Dampfvolumenteil. Die Füllhöhe der reinen Flüssigkeit ergibt sich bei einer idealen Separation der Phasen. Bei kleinen Dampfleerrohrgeschwindigkeiten zeigen die Experimente von Vicenz [VIH-80] eine geringfügige Abnahme des Volumendampfanteils mit steigender Füllhöhe.

6.1 Empirische Modelle

Bei den empirischen Modellen wird in der Regel die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit in unendlich ausgedehnten Behältern berechnet und mit Korrekturfaktoren zur Berücksichtigung der Einflusses von Behälterwänden, sowie von Wechselwirkungen zwischen Blasen in Schwärmen versehen. Weiterhin entwickelte Margulova ein empirisches Modell speziell für den Hochdruckbereich. Als Einflußgrößen werden hier nur der Systemdruck sowie die Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase berücksichtigt.

6.1.1 Einzelblasenaufstiegsmodelle

Die Einzelblasenaufstiegsmodelle basieren auf den Überlegungen von Behringer [BEH-36], der als einer der ersten die Aufstiegsgeschwindigkeit von Einzelblasen in Flüssigkeiten untersuchte. Hierbei vernachlässigt Behringer sowohl Geschwindigkeits- als auch Dampfvolumenteilverteilungen über dem Strömungsquerschnitt. Die Geschwindigkeit einer Blase in der sie umgebenden Flüssigkeit bestimmt Behringer anhand der Summe aus der Leerrohrgeschwindigkeit des Gemisches j und der Aufstiegsendgeschwindigkeit einer Einzelblase in einem unendlich ausgedehnten Behälter $u_{Bl,\infty}$. Es gilt

$$u_{Bl} = j + u_{Bl,\infty} .$$

Der Dampfvolumenteil ε des Gemisches ergibt sich dann anhand

$$\varepsilon = \frac{j_G}{u_{Bl}} ,$$

mit j_G als Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase.

6.1.1.1 Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit

Es gibt verschiedene Modelle (z.B. Peebles und Garber, Brauer, Lund) zur Berechnung der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit. Diese werden nachfolgend im

Detail vorgestellt. Ein Vergleich der unterschiedlichen Modelle zeigt eine gute Übereinstimmung.

In der Literatur ist es üblich, die Blasenauftiebsgeschwindigkeit als Funktion des Blasendurchmessers darzustellen (vgl. Bild 6.2). Generell werden hierbei vier verschiedene Bereiche unterschieden.

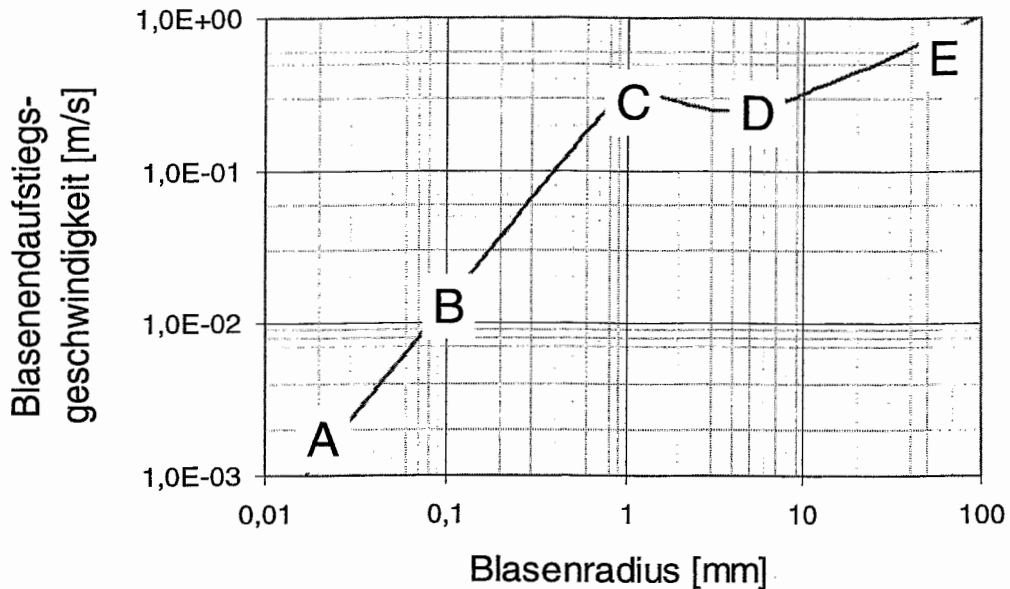


Bild 6.2: Blasenauftiebsgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Blasenradius.

Im ersten Bereich (Kurve zwischen A und B) sind die Blasen sehr klein und besitzen aufgrund des dominanten Einflusses der Oberflächenspannung eine Kugelform. Anhand von experimentellen Beobachtungen wurde erkannt, daß die Blasen eine starre Oberfläche (vgl. Bild 6.3) besitzen und sich quasi wie Feststoffpartikel verhalten. Der Aufstieg der Kugelblasen in der Flüssigkeit erfolgt auf einer nahezu geraden Bahn, wobei die seitlichen Pendelbewegungen der Blase mit dem Auge kaum wahrnehmbar sind.

Die Aufstiegsgeschwindigkeit der Blasen ergibt sich anhand einer Bilanzierung der an den Blasen angreifenden Kräfte. Dies sind die Auftriebskraft F_A , die Widerstandskraft F_{Wi} sowie die Beschleunigungskraft F_B . Da nachfolgend nur stationäre Zustände betrachtet werden, besitzt F_B den Wert Null.

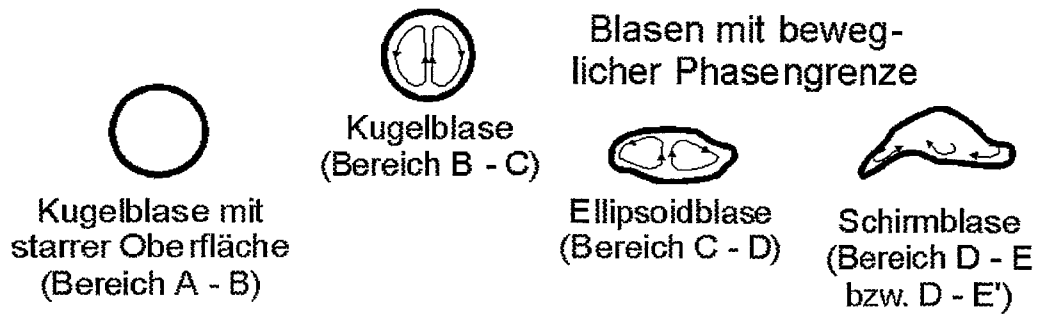


Bild 6.3 : Blasenformen von Blasen mit unbeweglicher sowie beweglicher Phasengrenze [BRH-71].

Für Blasen mit starrer Oberfläche, d.h. Blasengrößen bis maximal 0,2 mm, wird der Strömungswiderstand der Blase anhand des Stokes'schen Gesetzes berechnet. Es gilt

$$F_A = F_{Wi}$$

$$(\rho_{Fl} - \rho_G)g V_B = 2\pi \eta_{Fl} D_{Bl} u_{Bl,\infty}$$

In der obigen Gleichung bezeichnen ρ_{Fl} und ρ_G die Phasendichten, g die Gravitationskonstante, V_B das Blasenvolumen mit

$$V_B = \frac{\pi}{6} D_{Bl}^3$$

η_{Fl} die dynamische Viskosität, D_{Bl} den Blasendurchmesser und $u_{Bl,\infty}$ die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit.

Mit zunehmender Blasengröße tritt innerhalb der Blasen eine Zirkulationsströmung auf (Bereich B - C). Dadurch ist der Geschwindigkeitsgradient an der Phasengrenzfläche sowie der Strömungswiderstand kleiner als der der volumengleichen starren Blase. Die Blasengeschwindigkeit steigt mit wachsendem Durchmesser an, wobei im Vergleich zur starren Blase bis zu 1,5-fach größere Strömungsgeschwindigkeiten beobachtet werden [BRH-71].

Im Bereich C - D ändern die Blasen ihre Form und besitzen nun die Gestalt von Ellipsoiden. Das Achsenverhältnis steigt zunächst mit wachsendem Durchmesser an und bleibt ab einem bestimmten Wert des Blasenradius R_{Bl} konstant. Die Ellip-

soiden flachen mit zunehmendem Blasendurchmesser immer weiter ab und gehen in eine nahezu scheibenförmige Blase über. Bei ihrem Aufstieg verursachen die periodisch hinter den Blasen auftretenden Wirbel eine taumelnde Blasenbewegung und die Blasen steigen auf einer schraubenähnlichen Bahn auf. Hierbei nimmt die Steigung der Schraubenbahn mit steigendem Durchmesser ab und der von der Blase auf der Schraubenbahn zurückgelegte Weg zu. Da die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit nur die axiale Geschwindigkeit, d.h. die überwundene Höhendifferenz pro Zeiteinheit beschreibt, ist die Steiggeschwindigkeit in Wirklichkeit deutlich kleiner als die Bahngeschwindigkeit der Blasen. Die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit sagt somit sehr wenig über die wahre Bewegung der Blasen aus.

Bei einem weiteren Anwachsen der Blasen bekommen diese eine regellose Form. Von verschiedenen (phantasievollen) Autoren wurde eine Ähnlichkeit mit geöffneten Schirmen festgestellt und für diese Blasenart der Begriff Schirmblase eingeführt. Charakterisiert wird die Schirmblase durch die Ausbildung durch kontinuierliche Formänderungen, wodurch eine stetige Änderung der Bewegungsrichtung hervorgerufen wird. Allerdings ist hierbei keine Periodizität festzustellen. Darüber hinaus können sich innerhalb der Blasen verschiedene Teilbereiche mit gegenseitig rotierenden Wirbeln ausbilden, die zu weiteren Verformungen der Blasenkontur führen [BRH-71].

Habermann und Morton sowie Peebels und Garber

Habermann und Morton [HAW-56] untersuchten experimentell den Blasenauftstieg in Behältern und bestimmten hierbei die Aufstiegsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Blasengröße. Die Ergebnisse präsentieren sie in einem Diagramm analog zu Bild 6.2.

Peebles und Garber [PEF-53] leiteten anschließend für die einzelnen Bereiche empirische Korrelationen für die Aufstiegsendgeschwindigkeit ab (vgl. Tab. 6.1). Diese sind in Bild 6.4 dargestellt. Hierbei fällt auf, daß im Bereich D - E die Blasen-aufstiegsendgeschwindigkeit unabhängig von der Blasengröße ist. Dies beruht letztlich auf der Annahme, daß die Dichte der Gasdichte gegenüber der Dichte der

Flüssigkeit vernachlässigt werden kann, was jedoch nur für geringe Systemdichten zutrifft.

Tab 6.1: Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit nach Peebles und Garber [PEF-53].

Bereich	Blasenendaufstiegs- geschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$	Gültigkeitsbereich
A-B	$u_{Bl,\infty} = \frac{2Re_{FI}^2(\rho_{FI} - \rho_G)g}{9\eta_{FI}}$	$Re_{Bl} < 2$
B-C	$u_{Bl,\infty} = 0,33g^{0,76} \left(\frac{\rho_{FI}}{\eta_{FI}}\right)^{0,52} Re_{FI}^{1,28}$	$2 < Re_{Bl} \leq 4,02 K_F^{0,214}$
C-D	$u_{Bl,\infty} = 1,35 \left(\frac{\sigma}{\rho_{FI} R_{Bl}}\right)^{0,5}$	$4,02 K_F^{0,214} < Re_{Bl} \leq 3,1 K_F^{0,25}$
D-E	$u_{Bl,\infty} = 1,18 \left(\frac{g\sigma}{\rho_{FI}}\right)^{0,25}$	$3,1 K_F^{0,25} < Re_{Bl}$

Die Grenzen der Gültigkeitsbereiche hängen von der Reynolds-Zahl der Blasen Re_{Bl} , die definiert ist als

$$Re_{Bl} = \frac{2\rho_{FI} u_{Bl,\infty} R_{Bl}}{\eta_{FI}},$$

und dem Kehrwert der Flüssigkeitskennzahl K_F , die definiert ist als

$$K_F = \frac{\sigma^3}{g(\rho_{FI} - \rho_G)\rho_{FI}^2 v_{FI}^4}$$

ab. Zur Berücksichtigung des Druckeinflusses wurde die Gleichung von Peebles und Garber von Harmathy [HAT-60] modifiziert. Die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$ berechnet Harmathy anhand

$$u_{Bl,\infty} = 1,53 \left(\frac{g\sigma(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}^2}\right)^{0,25}.$$

Diese Gleichung entspricht der in Bild 6.4 zwischen D und E' dargestellten Kurve. Die obere Grenze des Bereiches D - E' wird nach Harmathy bei Blasenradien R_{Bl} von

$$R_{Bl,max} = 2 \left(\frac{\sigma}{g\rho_{Fl}} \right)^{0,5}$$

erreicht.

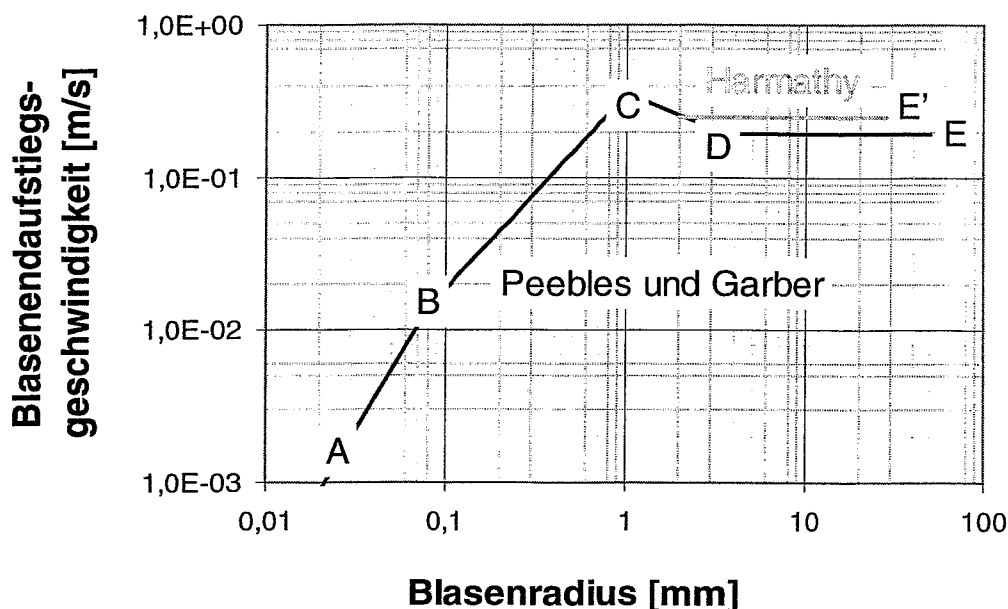


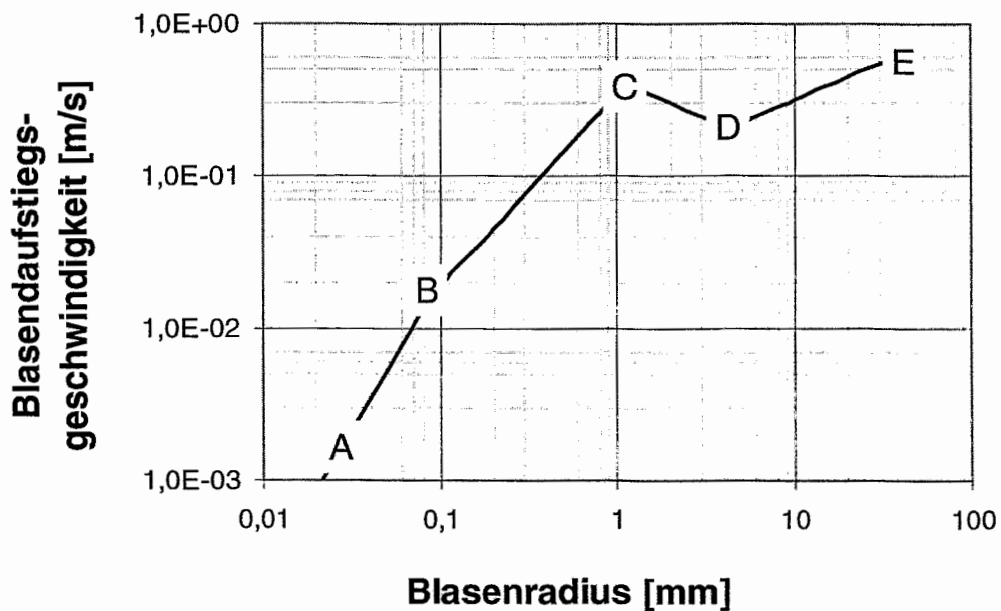
Bild 6.4: Blasenandaufstiegsgeschwindigkeit nach Peebles und Garber [PEF-53] und der Modifikation von Harmathy [HAT-60].

Brauer

Eine ausführliche Darstellung über die Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen in ruhendem Wasser findet sich auch bei Brauer [BRH-71]. Für die vier Bereiche der Aufstiegskurven, die sich hinsichtlich Blasengröße sowie -form unterscheiden, gibt Brauer die in Tabelle 6.2 aufgeführten Gleichungen an. Diese sind in Bild 6.5 dargestellt.

Tab 6.2: Blasenauftiegs-
geschwindigkeit nach Brauer [BRH-71].

Bereich	Blasenendaufstiegs- geschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$
A-B	$u_{Bl,\infty} = \frac{2Re_{FI}^2(\rho_{FI} - \rho_G)g}{9\eta_{FI}}$
B-C	$u_{Bl,\infty} = 0,146 \frac{g^{0,75} (2R_{Bl})^{1,25}}{(\eta_{FI}/\rho_{FI})^{0,5}}$
C-D	$u_{Bl,\infty} = 1,91 \frac{g^{0,5}}{\rho_{FI}^{0,5} (2R_{Bl})^{0,5}}$
D-E	$u_{Bl,\infty} = 0,74 g^{0,5} (2R_{Bl})^{0,5}$

**Bild 6.5:** Blasenendaufstiegs-
geschwindigkeit nach Brauer [BRH-71].**Lund**

Lund [LUK-86] leitet unter Zugrundelegung der Arbeiten von Mersman [MEA-83] eine bereichsunabhängige Gleichung zur Berechnung der Aufstiegsendgeschwin-

digkeit von Einzelblasen $u_{Bl,\infty}$ ab. Die Einflußgrößen sind neben dem Blasen-durchmesser vor allem die Stoffwerte. Die Gleichung von Lund lautet

$$u_{Bl,\infty} = \frac{\eta_{Fl}}{2 R_{Bl} \rho_{Bl}} \left[\left(A_1 R_{Bl}^{2,46} \right)^{-5} + \left[\left(A_2 R_{Bl}^{0,5} \right)^3 + \left(A_3 R_{Bl}^{1,5} \right)^3 \right]^{-1,67} \right]^{-0,2},$$

mit

$$A_1 = 0,7593 (\rho_{Fl} - \rho_G)^{1,23} g^{0,82} \sigma^{0,23} \rho_{Fl}^{0,41} \eta_{Fl}^{-1,64},$$

$$A_2 = 2,8284 (\rho_{Fl} - \rho_G)^{0,25} \sigma^{0,25} \rho_{Fl}^{0,25} \eta_{Fl}^{-1},$$

sowie

$$A_3 = 2 (\rho_{Fl} - \rho_G)^{0,75} \sigma^{0,75} g^{0,5} \rho_{Fl}^{0,75} \eta_{Fl}^{-1,0}$$

und ist in Bild 6.5 dargestellt.

Verfahrenstechnische Berechnungsmethoden

In den Verfahrenstechnischen Berechnungsmethoden [VTM-88] sind sowohl für Blasen mit unbeweglicher als auch beweglicher Phasengrenzfläche theoretisch hergeleitete Gleichungen zur Berechnung der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit enthalten.

Blasen, die in reinen Flüssigkeiten aufsteigen, und deren Radius kleiner ist als der kritische Radius, besitzen eine Kugelform. Die Phasengrenzfläche ist unbeweglich, die Blase selbst aber deformierbar. Der kritische Radius besitzt Werte zwischen 0,5 und 1 mm.

Mit Überschreiten des kritischen Radius beginnt die Phasengrenzfläche zu zirkulieren. Falls der durch die Grenzflächenspannung verursachte Überdruck in den Partikeln p_0 mit

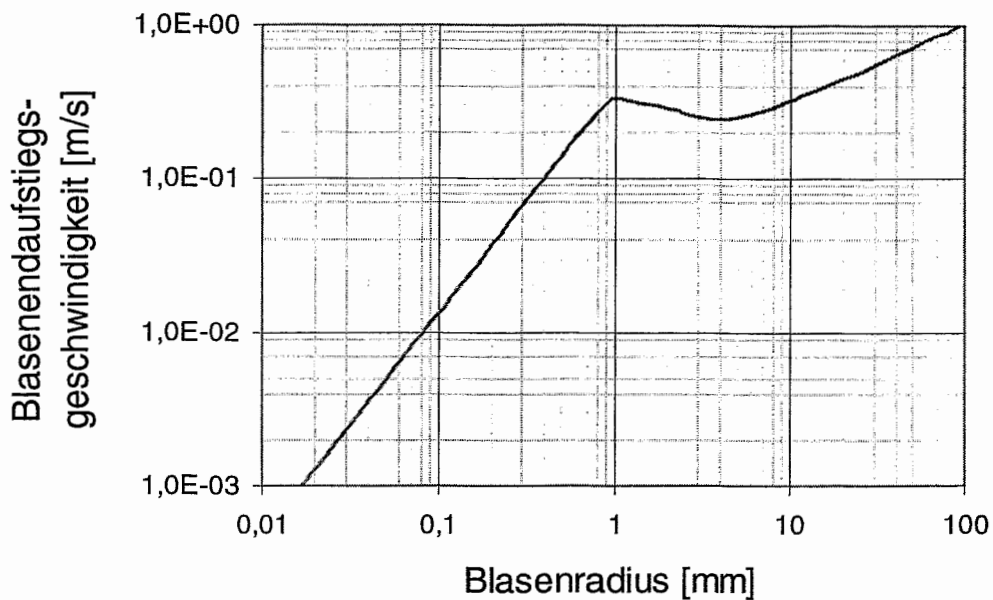


Bild 6.5: Blasenandaufstiegs- geschwindigkeiten von Luftblasen in Abhängigkeit von der Blasengröße nach Lund [LUK-86].

$$p_0 = \frac{\sigma}{2R_{Bl}}$$

groß genug gegenüber dem Staudruck ist und die Weber-Zahl, die das Verhältnis von Trägheitskraft zu Oberflächenkraft beschreibt, ihren kritischen Wert We_{krit} überschreitet, werden die Blasen zu Ellipsoiden deformiert. Die kritische We -Zahl hängt ihrerseits wiederum von der Flüssigkeitskennzahl K_F (s.o.) ab. Es gilt

$$We_{krit} = \frac{5,6}{K_F^{0,0325}}$$

Bei ellipsoidischen Blasen verringert sich mit wachsendem Durchmesser die Froude-Zahl, die das Verhältnis von Trägheitskraft zu Schwerkraft beschreibt und definiert ist als

$$Fr = \frac{u_{Bl,\infty}^2 \rho_{Fl}}{(\rho_{Fl} - \rho_G) g D_{Bl}}$$

Bei Froude-Zahlen größer 55 geht die Ellipsoidblase in eine Schirmblase über. Die Schirmblase ist stabil, solange der Quotient aus der We- und der Fr-Zahl größer als der Wert 32 ist. Ansonsten zerfallen die Schirmblasen wieder.

In Tabelle 6.3 sind für die einzelnen Bereiche die Gleichungen für die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeiten zusammengestellt. Darüber hinaus sind in Bild 6.6 die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeiten über dem Blasenradius aufgetragen.

Tab. 6.3: Gleichungen für die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit gemäß den Verfahrenstechnischen Berechnungsmethodem [VTM-88].

Blasenform und Bereich in Bild 6.5	Gültigkeits- bereich	Blasenendaufstiegs- geschwindigkeit $u_{BI,\infty}$
Kugelblase (A - B) unbewegliche Oberfläche	$0 < Re_{BI} \leq 0,6$	$0,083 \left(\frac{g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G} \right) \frac{(2R_{BI})^2}{v_{FI}}$
Kugelblase (B - C) bewegliche Oberfläche	$0,6 < Re_{BI} \leq 5,3 K_F^{0,19}$	$0,136 \left(\frac{g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G} \right)^{0,76} \frac{(2R_{BI})^{1,29}}{v_{FI}^{0,52}}$
Ellipsoidblase (C - D) bewegliche Oberfläche	$We > \frac{5,6}{K_F^{0,0325}}$ $Fr > 0,55$	$1,72 \left(\frac{g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G} \right)^{0,1} \left(\frac{\sigma}{\rho_{FI}} \right)^{0,4} \frac{1}{(2R_{BI})^{0,3}}$
Schirmblase (D - E)	$Fr \approx 55$ $We/Fr > 32$	$0,75 \left(\frac{2R_{BI} g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G} \right)^{0,5}$

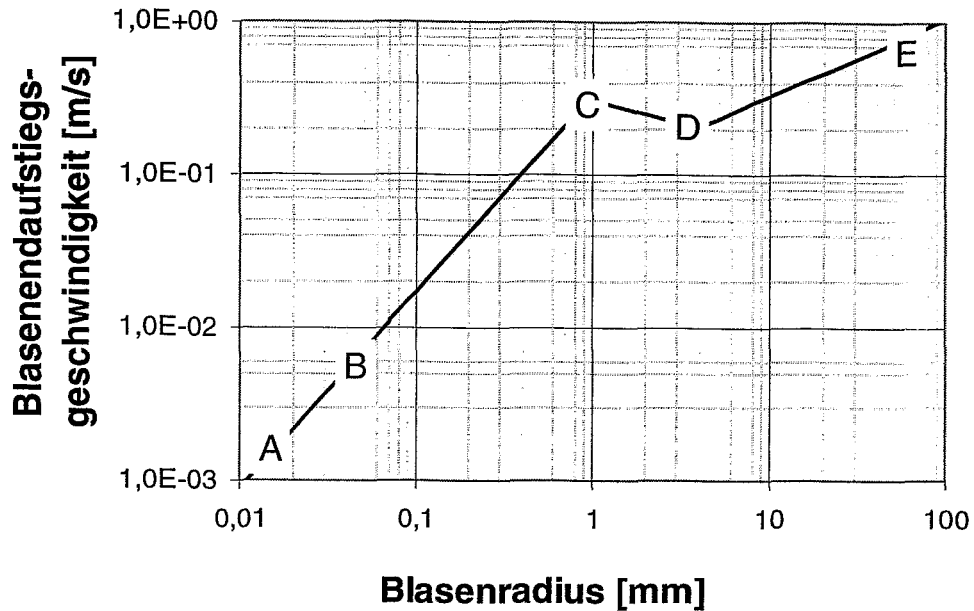


Bild 6.6: Blasenendaufstiegsendgeschwindigkeiten von Luftblasen in Abhängigkeit von der Blasengröße gemäß den in den Verfahrenstechnischen Berechnungsmethoden [VTM-88] angegebenen Korrelationen.

6.1.1.2 Einfluß von Behälterwänden

Der qualitative Einfluß von Behälterwänden auf die Blasen wurde bereits zu Beginn von Kapitel 6 diskutiert. Quantitative Angaben über die Verminderung der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$ infolge der Behälterwände finden sich bei Habermann und Sayre, Harmathy sowie Collins.

Habermann und Sayre leiteten einen analytischen Ansatz für den Einfluß von Behälterwänden auf die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$ ab. Die Autoren gehen hierbei von dem Ansatz für die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit im Stokes'schen Bereich (d.h. $Re_{Bl} < 2$) aus und berücksichtigen den Wandeinfluß durch Einführen des Korrekturfaktors K_1 . Es gilt

$$u_{Bl,\infty} = \frac{2Re_{Fl}^2(\rho_{Fl} - \rho_G)g}{9\eta_{Fl}K_1} .$$

Der Korrekturfaktor ist abhängig von den Quotienten aus dem Blasen- (D_{Bl}) und dem Behälterdurchmesser D , sowie den dynamischen Viskositäten der Phasen und kann aus Bild 6.7 entnommen werden. Der obige Ansatz gilt für Feststoff- sowie Fluidpartikel und wurde anhand zahlreicher Experimente bestätigt.

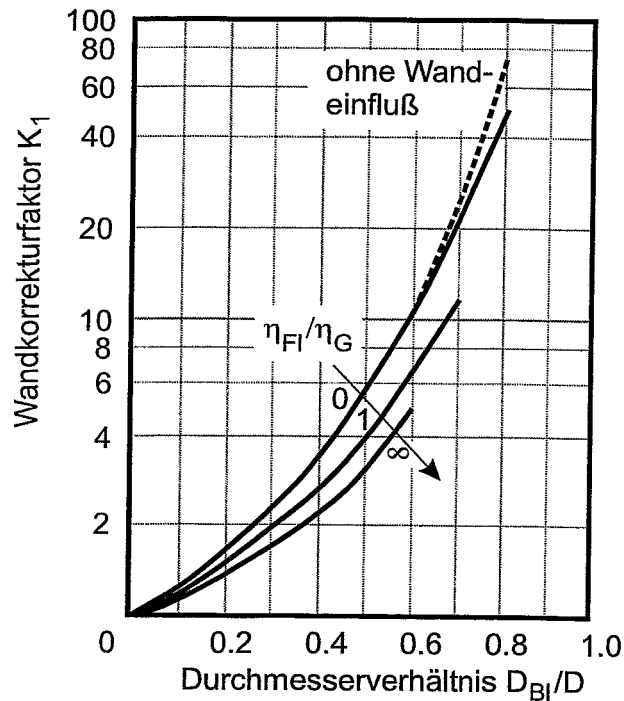


Bild 6.7: Korrekturfaktor K_1 zur Berücksichtigung des Wandeinflusses auf die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit nach Habermann und Sayre.

Harmathy [HAT-60] beschäftigte sich speziell mit dem Aufstieg von Schirmblasen und erweitert seinen Ansatz zur Berechnung der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit um den Faktor K_2 . Es gilt

$$u_{Bl,\infty} = 1,53 \left(\frac{g\sigma(\rho_{Fl} - \rho_G)}{\rho_{Fl}^2} \right)^{0,25} K_2 .$$

Der Faktor K_2 berechnet sich anhand

$$K_2 = \frac{0,88 \left[1 - \left(\frac{D_{Bl}}{D} \right)^2 \right]}{Eo^{0,25} \sqrt{1 - \left(\frac{D_{Bl}}{D} \right)^4}} \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{Eo}{1 - Eo} \right) \left(\frac{D_{Bl}}{D} \right)^{1,5} \right],$$

und kann ferner Bild 6.8 entnommen werden. In obiger Gleichung kennzeichnet Eo die Eötvös-Zahl, die das Verhältnis von Gewichts- zur Oberflächenspannungskraft beschreibt

$$Eo = \frac{D_{Bl}^2 g (\rho_{Fl} - \rho_G)}{\sigma}$$

Die obige Korrelation ist gültig für

$$\frac{D_{Bl}}{D} < 1,0 \quad \text{und} \quad Eo \leq 4,5,$$

$$\frac{D_{Bl}}{D} < 1,0 - 0,175 \sqrt{Eo - 4,5} \quad \text{und} \quad 4,5 < Eo < 20$$

sowie

$$\frac{D_{Bl}}{D} < 0,31 \quad \text{und} \quad Eo \geq 4,5.$$

Collins [COR-67] untersuchte ebenfalls den Einfluß des Behälterdurchmesser D_{Bh} auf die Endaufstiegsgeschwindigkeit einer Blase mit dem Durchmesser D_{Bl} . Hierzu geht er von der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit in einem unendlich ausgedehntem Medium aus, und bestimmt hierfür Korrekturfaktoren. Hierbei unterscheidet Collins anhand des aus dem Blasen- und des Behälterdurchmessers gebildeten Quotienten vier verschiedene Bereiche (vgl. Tab. 6.4).

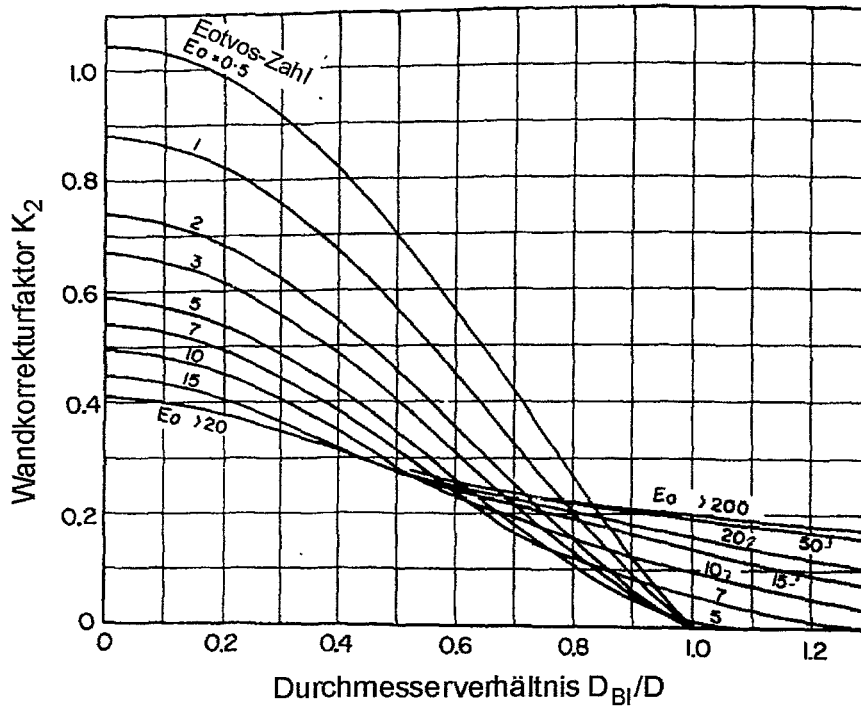


Bild 6.8: Korrekturfaktor K_2 zur Berücksichtigung des Wandeinflusses auf die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit nach Harmathy [HAT-60].

Tab. 6.4: Einfluß des Behälterdurchmessers auf die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit nach Collins [COR-67].

Durchmesserverhältnis D_{BI}/D_{Bh}	Geschwindigkeitsverhältnis $u_{BI}/u_{BI,\infty}$
$< 0,125$	1
$0,125 - 0,6$	$1,13 \exp(-D_{BI}/D_{Bh})$
$> 0,6$	$0,496 (D_{BI}/D_{Bh})^{0,5}$
$> 0,6$	$0,12 (D_{BI}/D_{Bh})^{-2}$ (Kolbenblasen)

6.1.1.3 Blasenschwärme

Übersteigt der Volumendampfanteil ε den Wert 0,01 besitzen die Blasen einen Abstand von weniger als dem 8-fachen Wert ihres Durchmessers. Es tritt dann eine gegenseitige Beeinflussung auf, die eine Verminderung der Aufstiegsgeschwindigkeit bewirkt und in der Literatur als Schwarmbehinderung bezeichnet wird. Dies hat zwei Ursachen. Die Blasenschwärme verändern zum einen die mittlere Dichte, d.h. der Auftrieb wird vermindert. Zum anderen erhöhen die Blasen scheinbar die innere Reibung (Viskosität).

Die bekanntesten Ansätze zur Berechnung von Schwarmbehinderungen stammen von Zuber und Hench, Richardson und Zaki, Marrucci, Brauer und Labuncov. Diese werden nachfolgend vorgestellt.

Zuber und Hench

In der Literatur sind zahlreiche Ansätze zu finden, in denen der Quotienten aus der Schwarmaufstiegsgeschwindigkeit und der Einzelblasenendaufstiegsgeschwindigkeit als Polynomansatz der Form

$$\frac{u_{\text{BIS}}}{u_{\text{Bl},\infty}} = (1 - \varepsilon)^x$$

dargestellt ist. Hierzu zählt u.a. das Modell von Zuber und Hench. Es gilt

$$x = 3 \quad \text{für } D_{\text{Bl}} < 0,05 \text{ cm}$$

und

$$x = (1 - \varepsilon)^{1,5} \quad \text{für } 0,05 < D_{\text{Bl}} < 2 \text{ cm.}$$

Richardson und Zaki

Richardson und Zaki [RIJ-54] verwenden den gleichen Ansatz wie Zuber und Hench (s.o.). Auch sie multiplizieren zur Berechnung der Aufstiegsgeschwindigkeit von Schwärmen u_{BIS} die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit der Einzelblase $u_{\text{Bl},\infty}$ mit dem Faktor $(1 - \varepsilon)^{n_{\text{Ri}}}$, d.h.

$$u_{\text{BIS}} = u_{\text{BI},\infty} (1 - \varepsilon)^{n_{\text{Ri}}} .$$

In der obigen Gleichung bezeichnet n_{Ri} den Richardson-Zaki Exponenten, der in Abhängigkeit von der Re-Zahl der Blase Re_{BI} Werte zwischen 2,39 - 4,65 besitzt (vgl. Tabl 6.5).

Die Geschwindigkeit des Blasenschwarms, die der Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen entspricht, nimmt mit zunehmendem Werten für Re_{BI} ab. Gleiches gilt für gegenseitige Beeinflussung der Dampfblasen nimmt mit zunehmendem Dampfvolumenteil. Das Modell von Richardson und Zaki gilt nur für Dampfvolumenteil kleiner 0,74, da es bei höheren Dampfvolumenteil zur Ausbildung von Schaumschichten kommt.

Tab. 6.5: Richardson-Zaki Exponent n in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl der Blasen Re_{BI} .

Reynolds-Zahl der Blase Re_{BI}	Richardson Zaki Exponent n
< 0,2	4,65
0,2 - 1,0	$4,35 Re_{\text{BI}}^{-0,03}$
1,0 - 500	$4,45 Re_{\text{BI}}^{-0,01}$
> 500,0	2,39

Marucci

Anhand theoretischer Überlegung entwickelte Marucci [MAG-65] das nachfolgend angegebene Modell zur Berechnung des von $u_{\text{BIS}} / u_{\text{BI},\infty}$. Dieses lautet

$$\frac{u_{\text{BIS}}}{u_{\text{BI},\infty}} = \frac{(1 - \varepsilon)^2}{1 - \varepsilon^{1,66}} .$$

Brauer

Für die Geschwindigkeit fester oder fluider Partikel gibt Brauer in [BRH-73] folgende Gleichung für den Quotienten aus der Schwarmaufstiegsgeschwindigkeit und der Einzelblasenendaufstiegsgeschwindigkeit an. Es gilt

$$\frac{u_{\text{BIS}}}{u_{\text{Bl},\infty}} = \left[\left(1 - \frac{1,05}{\sqrt{1 + (\pi/12\varepsilon)^2 - 0,5}} \right)^{-1} (1 - \varepsilon) \right].$$

Lund [LUK-86] führte dann die obige Gleichung zwecks einfacherer Handhabung mittels exponentieller Regression in

$$\frac{u_{\text{BIS}}}{u_{\text{Bl},\infty}} = \exp(-5,9\varepsilon)$$

über. Hieran ist zu erkennen, daß der durch Partikelbewegung in Schwärmen verursachte Impulstransport in der Flüssigkeitsphase im Gegensatz zur Bewegung der Einzelblase nicht mehr vernachlässigt werden kann. Das Verhältnis von u_{BIS} und $u_{\text{Bl},\infty}$ ist daher stets kleiner als 1.

Labuncov

Labuncov [LAD-60, LAD-68] berechnet die Aufstiegsgeschwindigkeit des Blasen-schwarms u_{BIS} anhand der Multiplikation mit der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{\text{Bl},\infty}$ mit dem Korrekturfaktor ψ_{Bl} . Dieser berücksichtigt die Wechselwirkungen der Blasen in Schwärmen. Es gilt

$$u_{\text{BIS}} = u_{\text{Bl},\infty} \psi_{\text{Bl}},$$

wobei Labuncov die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{\text{Bl},\infty}$ anhand

$$u_{\text{Bl},\infty} = 1,5 \left[\frac{\sigma g (\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}})}{\rho_{\text{Fl}}^2} \right]^{0,25}$$

und den Korrekturfaktor ψ_{Bl} anhand

$$\psi_B = 1,4 \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G} \right)^{0,2} \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_{Fl}} \right)^5$$

berechnet. Den Gasvolumenanteil ε bestimmt Labuncov anhand

$$\varepsilon = \dot{\varepsilon} \left(1 + \frac{u_{BIS}}{u_m} \right)^{-1}.$$

Das Modell von Labuncov eignet sich zur Berechnung des Gasvolumenanteils von ruhenden oder langsam von der Flüssigkeit (d.h. $j_{Fl} < 0,5$ m/s) durchströmten Blasensäulen sowie Kanälen mit großen Durchmessern (d.h. $17 \text{ mm} < D < 748 \text{ mm}$). Den Druckparameterbereich gibt der Autor mit 1 bis 196 bar an. Das Modell von Labuncov liefert für Bond-Zahlen Bo größer 500 gute Ergebnisse. Die Bo -Zahl ist definiert als

$$Bo = g D_{Bl}^2 \left(\frac{\rho_{Fl} - \rho_G}{\sigma} \right)$$

und beschreibt das Verhältnis von Gewichtskraft- zu Oberflächenkraft. Für Bo -Zahlen kleiner 100 machen sich verstärkt Wandeinflüsse bemerkbar und die Genauigkeit nimmt deutlich ab. Während das Modell von Labuncov im Bereich kleiner oder mittlerer Werte für die Gasleerrohrgeschwindigkeit systematisch zu geringe Werte berechnet, werden hingegen im Bereich hoher Gasleerrohrgeschwindigkeiten zu große Werte für ε vorhergesagt.

Gravierende Diskrepanzen hingegen zeigt ein Vergleich mit den Hochdruckversuchen von Margulova [MAT-53], die bis zu 600% überschätzt werden. Daher sieht Vienez [VIH-80] den Gültigkeitsbereich des Modells von Labuncov im hohen Druckbereich stark eingeschränkt.

6.1.2 Margulova

Neben den Einzelblasenaufstiegsmodellen (vgl. Kap. 6.1.1) wurde von Margulova [MAT-53] für das Stoffsystem Wasser-Wasserdampf und Drücke im Bereich von 91 - 190 bar ein weiteres empirisches Modell aufgestellt und anhand eigener Ex-

perimente in einem Behälter mit einem Durchmesser von 200 mm überprüft. Der Volumendampfanteil ε ergibt sich nach Margulova direkt als Funktion des Systemdrucks sowie der Leerrohrgeschwindigkeit des Dampfes. Es gilt

$$\varepsilon = \left(0,576 + 0,00414 \frac{p}{[\text{atm}]} \right) j_G^{0,75} .$$

Ein Vergleich mit experimentellen Daten von Behringer [BEP-32], die bei geringen Drücken durchgeführt wurden, zeigt eine große Streubreite. Weiterhin zeigt ein in [VIH-80] präsentierte Vergleich mit den Daten von Wilson [WIJ-61] (vgl. Kap. 6.2.1), daß ferner der Einfluß der Leerrohrgeschwindigkeit nicht korrekt wiedergegeben wird. Im Bereich kleiner Leerrohrgeschwindigkeiten wird der Wert für ε unter-, im Bereich großer Volumenstromdichten hingegen deutlich überschätzt.

Abschließend bleibt festzustellen, daß Systemdruck und Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase zwar bedeutende Einflußgrößen von ε sind, aber allein nicht ausreichen, den Volumendampfanteil zu berechnen und sowohl Impulsaustauschvorgänge mit den Behälterwänden sowie der flüssigen Phase berücksichtigt werden müssen.

6.2 Produktansätze aus der Dimensionsanalyse

In den aus der Dimensionsanalyse abgeleiteten Produktansätzen sind verschiedene Kennzahlen (z.B. Froude-Zahl Fr , Weber-Zahl, Bond-Zahl Bo) enthalten. Diese werden nachfolgend zusammengestellt und anschließend die wichtigsten Produktansätze im Detail vorgestellt.

Die Froude-Zahl Fr beschreibt das Verhältnis von Trägheitskraft und Schwerkraft und ist definiert als

$$Fr = \frac{j_G^2}{gD_{LP}} .$$

mit j_G als Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase, g als Gravitationskonstante und D_{LP} als Laplace Durchmesser, der dem Blasendurchmesser entspricht und mit Hil-

fe der Oberflächenspannung der Flüssigkeit σ sowie den Dichten der Phasen anhand

$$D_{Bl} = D_{LP} = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{Fl} - \rho_G)}}$$

zu bestimmen ist. Die Leerrohrgeschwindigkeit der Gasphase j_G wiederum ergibt sich durch Multiplikation der über dem Strömungsquerschnitt und der Behälterhöhe gemittelten Blasenauftiegs geschwindigkeit \bar{u}_B mit dem über dem ebenfalls über dem Strömungsquerschnitt und der Behälterhöhe gemitteltem volumetrischen Dampf volumenanteil $\bar{\varepsilon}$, d.h.

$$j_G = \bar{\varepsilon} \bar{u}_B.$$

Die Autoren der nachfolgend angegebenen Modelle tragen den Volumendampfanteil $\bar{\varepsilon}$ über der Froude-Zahl auf und stellen hierbei eine unterschiedliche Abhängigkeit fest. Diesen Wechsel der Abhängigkeiten deuten sie als Wechsel der Strömungsform (z.B. von einer Blasen- in eine Schaumströmung). Generell werden drei verschiedene Strömungsformen unterschieden. Dies sind die sogenannte homogene Strömung (Blasenströmung), die heterogene turbulente Strömung (die in der Literatur auch als Schaumströmung bezeichnet wird) sowie die Nebel- oder Tröpfchenströmung. Letztere kommt allerdings nur im Bereich hoher Dampf volumenteile vor, und soll hier nicht weiter betrachtet werden.

Die Weber-Zahl kennzeichnet den Quotienten von blasen- bzw. tropfenbildender Oberflächenenergie zu den Schubspannungskräften und ist definiert als

$$We = \frac{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{Fl} - \rho_G)}}}{D_{Bh}} = \frac{D_{Bl}}{D_{Bh}},$$

mit D_{Bh} als Behälterdurchmesser. Hierdurch wird das Verhältnis von Behälterwänden auf die Strömung berücksichtigt. Die Bond-Zahl Bo bezeichnet das Verhältnis aus der Gewichtskraft zur Oberflächenspannung. Es gilt

$$Bo = gD_{\text{Bh}}^2 \left(\frac{\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}}}{\sigma} \right).$$

Der Einfluß des Systemsdrucks wird darüber hinaus von diversen Autoren durch Einführen des Dichteverhältnisses

$$\frac{\rho_{\text{G}}}{\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}}}$$

berücksichtigt.

6.2.1 Wilson, Wilson, Grenda und Patterson sowie Meyer und Wilson

Nachfolgend werden die Korrelationen von Wilson [WIJ-62], Wilson, Grenda und Patterson [WIJ-61] sowie Meyer und Wilson [MEW-64] vorgestellt. Wilson betrachtet einen Behälter mit einer ruhenden Flüssigkeit. Folglich gibt er den Volumendampfanteil im Behälter in Abhängigkeit von der Froude- und der Weber-Zahl sowie dem Quotienten aus der Gasdichte sowie der Differenz aus der Flüssigkeits- und Gasdichte und der Leerrohrgeschwindigkeit des Dampfes an. Wilson, Grenda und Patterson modifizierten den Ansatz von Wilson dahingehend, daß sie anstelle der Leerrohrgeschwindigkeit des Dampfes die Aufstiegsendgeschwindigkeit der Einzelblase verwenden. Eine weitere Verallgemeinerung wurde dann von Meyer und Wilson durchgeführt. Die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit wird hier durch den Quotienten aus der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit und der Summe aus der Leerrohrgeschwindigkeit der Flüssigkeit und Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit ersetzt. Daher erlaubt diese Formulierung nun auch die Betrachtung von strömenden Systemen.

Wilson, Grenda und Patterson [WIJ-61] entwickelten für das Stoffsystem Wasser-Wasserdampf anhand von Experimenten in zwei unterschiedlich großen Behältern (Durchmessern 0,1 bzw. 0,48 m, Höhe jeweils 3,66 m) eine Korrelation für den über der Behälterhöhe gemittelten Volumendampfanteil $\bar{\varepsilon}$ bei Drücken im Bereich von 20 bis 41 bar. Den Dampf speiste Wilson mittels einer Sintermetallplatte in den Behälter ein. Obwohl die Korrelation von den drei Autoren Wilson, Grenda,

Patterson veröffentlicht wird, wird diese Korrelation in der Literatur nur als **Wilson Korrelation** bezeichnet und unterscheidet sich von der nachfolgend beschriebenen Willson, Grenda, Patterson Korrelation.

Da Wilson, Grenda und Patterson $\bar{\varepsilon}$ mit Hilfe einer Differenzdruckmessung bestimmten, können sie weder axiale noch radiale Verteilungen von $\bar{\varepsilon}$ erfassen. Die Gleichung für $\bar{\varepsilon}$ lautet

$$\bar{\varepsilon} = C Fr^n We^{0,1} \left[\frac{\rho_G}{\rho_{Fl} - \rho_G} \right]^{0,17} .$$

Nach Auftragen des Produktes aus $\bar{\varepsilon}$ und reziproker We-Zahl sowie Dichteverhältnis über der Froude-Zahl identifizieren Wilson, Grenda und Patterson zwei unterschiedliche Abhängigkeiten von $\bar{\varepsilon}$, die sie als Änderung der Strömungsform, d.h. den Übergang von einer Blasen- in eine Schaumströmung deuten. Dieser findet bei kritischen Froude Zahlen von 2 statt. Für $Fr < 2$ besitzt C den Wert 0,68 und n den Wert 0,62. Für $Fr \geq 2$ hingegen ist $C = 0,88$ und $n = 0,4$.

Im Anschluß hieran wurden von den gleichen Autoren weitere Untersuchungen zum Blasenauftstieg durchgeführt. Wiederum wurden Behälter mit einem Durchmesser von 0,1 bzw. 0,48 m verwendet. Die Höhe beträgt diesmal jedoch 1,83 m. Aus den Experimenten leiteten die Autoren dann folgende Gleichung für den Dampfvolumenteil ab

$$\bar{\varepsilon} = C Fr_{Bl}^n We^{0,19} \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl} - \rho_G} \right)^{0,32} .$$

Die gleichen Autoren modifizieren in [WIJ-62] das Modell. Bei der neuen, in der Literatur als **Wilson, Grenda, Patterson Korrelation** bezeichnetem empirischen Modell [WIJ-62], wird die Froude-Zahl Fr_{Bl} mit der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$ gebildet, d.h.

$$Fr_{Bl} = \frac{u_{Bl,\infty}}{\left(g\sqrt{\sigma}/(g(\rho_{Fl} - \rho_G))\right)^{0,5}} .$$

Die Konstante C besitzt für Blasenströmungen (d.h. Fr_{Bl} kleiner 5) den Wert 0,136, und der Exponent a den Wert 1,78. Für Schaumströmungen (d.h. Fr_{Bl} größer 5) ist $C = 0,75$ und $a = 0,78$. Die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit $u_{Bl,\infty}$ kann dann mit Hilfe des Dampfvolumentanteils $\bar{\varepsilon}$ aus der Leerrohrgeschwindigkeit des Dampfes berechnet werden. Es gilt

$$u_{Bl,\infty} = j_G / \bar{\varepsilon} .$$

Eine weitere Erweiterung des zuvor beschriebenen Modells wurde von Meyer und Wilson durchgeführt [MEW-64]. Sie untersuchten den Aufstieg von Luftblasen in ruhendem und strömendem Wasser bei Drücken zwischen 41 und 138 bar. Als Teststrecken verwenden die Autoren vertikale Rohre mit einem Durchmesser von 0,073 m bzw. 0,46 m. Gleichzeitig vergrößerten Meyer und Willson den Druckparameterbereich auf $41 \text{ bar} < p < 138 \text{ bar}$.

Aus den Meßwerten leiten die Autoren dann eine Gleichung für den über der Behälterhöhe sowie -umfang gemittelten Dampfvolumenteil $\bar{\varepsilon}$ ab, die in der Literatur als **Meyer Wilson Korrelation** bezeichnet wird. Es gilt

$$\bar{\varepsilon} = C Fr^n We^{0,1} \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl} - \rho_G} \right)^{0,12} \left(\frac{j_G + j_{Fl}}{j_G} \right)^{-0,6} ,$$

mit $C = 0,564$ und $a = 0,67$ für Fr-Zahlen kleiner 1,5 und $C = 0,619$ und $a = 0,47$ für $1,5 \leq Fr < 10$.

Durch das Einführen der Leerrohrgeschwindigkeit des Wassers ist die Meyer Wilson gegenüber den beiden Vorgängermodellen universeller anwendbar. Bei einer ruhenden Flüssigkeit wird der Term $(j_G + j_{Fl})/j_G$ zu 1. Die Meyer Wilson Korrelation ähnelt dann sehr der Wilson Korrelation, wobei sich nur der Faktor C sowie die Exponenten geringfügig unterscheiden.

Analog zu den zuvor beschriebenen Verfahren wurde auch von anderen Autoren Korrelationen für $\bar{\varepsilon}$ bestimmt. Diese werden nachfolgend kurz vorgestellt.

6.2.2 Sterman, Dementiev, Lepilin

Sterman, Dementiev und Lepilin [STL-56] leiteten anhand von eigenen Messungen an Behältern mit Durchmessern von 51, 69, 85 und 200 mm sowie experimentellen Daten von Behringer [BEP-32] und Margulova [MAT-53] im Druckbereich zwischen 1 und 190 bar Bereich für das Stoffsystem Wasser-Wasserdampf eine im Vergleich zu Wilson geringfügig modifizierte Korrelation für $\bar{\varepsilon}$ ab.

Die Modifikationen betreffen ausschließlich die Bestimmung der Werte für den Koeffizienten C (1,07 für $Fr < Fr_{krit}$ und 1,9 für $Fr \geq Fr_{krit}$), den Exponent a (0,4 für $Fr < Fr_{krit}$ und 0,17 für $Fr \geq Fr_{krit}$) sowie die kritische Froude-Zahl (hier $Fr_{krit} = 3,7$) für den Wechsel der Strömungsform.

6.2.3 Kurbatov

Das Modell von Kurbatov [KUA-53], das für das Stoffsystem Wasser-Wasserdampf in einem Druckbereich zwischen 1 und 190 angewendet werden kann, berücksichtigt als erstes den Einfluß der Fluidviskositäten. Kurbatov validierte sein Modell anhand eigener Messungen an Behältern mit Durchmessern zwischen 51 und 200 mm und den Meßwerten von Behringer [BEP-32] und Margulova [MAT-53].

Die Korrelation von Kurbatov lautet

$$\bar{\varepsilon} = 0,67 Fr^{0,33} We^{0,167} \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_{Fl} - \rho_G} \right)^{0,33} \left(\frac{v_{Fl}}{v_G} \right)^{0,22}$$

Eine Besonderheit des Modells von Kurbatov ist, daß obwohl keine Unterscheidung nach Strömungsformen wie z.B. bei Wilson, Sterman, Dementiev, Lepilin, Mersman oder Vienez vorgenommen wird, eine relativ gute Übereinstimmung mit den Experimenten erzielt wird.

6.2.4 Mersmann

Mersmann beschreibt in [MEA-77] ein iteratives, empirisches Modell zur Berechnung des Volumendampfanteils $\bar{\varepsilon}$ für die Stoffsysteme Wasser-Luft, Wasser-Quecksilber sowie Wasser-Toluol. Mersmann geht von der Aufstiegsgeschwindigkeit der Einzelblase aus und überträgt diese auf einen Blasenschwarm, wobei er postuliert, daß die Geschwindigkeit des Schwarms maßgeblich von der Aufstiegsgeschwindigkeit der größten Blase im Schwarm beeinflusst wird. Es gilt

$$\bar{\varepsilon} (1 - \bar{\varepsilon})^{n_{Me}} = 0,14 j_G \left(\frac{\rho_{Fl}^2}{\sigma g (\rho_{Fl} - \rho_G)} \right)^{0,25} \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_{Fl} - \rho_G} \right)^{0,33} \left(\frac{\sigma^3 \rho_{Fl}^2}{\eta_{Fl}^4 (\rho_{Fl} - \rho_G) g} \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G} \right)^{1,66} \right)^{0,0412}$$

Der Exponent n_{Me} wird von Mersmann über dem Dichteverhältnis aufgetragen und berücksichtigt den Strömungszustand in der Blasensäule. Für homogene Blasensäulen besitzt n den Wert 4, bei heterogenen Strömungen mit Koaleszenz und ungleichförmigen Blasengrößenverteilungen den Wert -4.

Anhand des in [MEA-77] angegebenen Diagrammes wurde das nachfolgend angegebene Polynom für n_{Me} bestimmt. Es gilt

$$n_{Me} = 0,4918 Y^5 - 2,8499 Y^4 + 5,3759 Y^3 - 4,3945 Y^2 + 0,41Y + 2,0044$$

mit

$$Y = \log (\rho_{Fl}/(\rho_G)).$$

Für positive Exponenten besitzt die obige Gleichung 2 Lösungen. Aus physikalischen Gründen ist jedoch stets die kleinere Lösung zu verwenden.

Das Modell von Mersmann liefert speziell für kleine Leerrohrgeschwindigkeiten gute Ergebnisse. Im Bereich hoher Leerrohrgeschwindigkeiten bzw. hoher Drücke werden in der Regel die Werte für $\bar{\varepsilon}$ überschätzt. Dies liegt vermutlich daran, daß Mersman zur Festlegung des Exponenten n_{Me} Meßwerte für Bodenkolonnen ver-

wendet, die bei relativ niedrigen Drücken bzw. geringen Dampfurchsätzen betrieben werden.

6.2.5 Viencenz

Vieczenz [VIH-80] vergleicht die in der Literatur verfügbaren experimentellen Daten mit den zuvor beschriebenen Modellen zur Berechnung des Volumendampfanteils und stellt hierbei eine unbefriedigende und nur auf einzelne Teilbereiche beschränkte gute Übereinstimmung fest. Weiterhin erkennt Viencenz, daß in den bisherigen Modellen der Einfluß der Viskosität nicht oder nur unzureichend berücksichtigt wurde. Seine neue Korrelation für den mittleren Volumendampfanteil $\bar{\varepsilon}$ lautet

$$\bar{\varepsilon} = C \text{Fr}^{n_V} \text{We}^{0,174} \left(\frac{\rho_G}{\rho_{\text{Fl}} - \rho_G} \right)^{-0,585} \left(\frac{\nu_{\text{Fl}}}{\nu_G} \right)^{0,256}$$

In obiger Gleichung bezeichnen ν_{Fl} bzw. ν_G die kinematische Viskosität der einzelnen Phasen. Die Konstante C sowie der Exponent n ermöglichen eine Differenzierung zwischen Blasen- (d.h. Froude-Zahlen $\text{Fr} < 3$) und Schaumströmungen (d.h. Fr -Zahlen ≥ 3). Im ersten Fall besitzt C den Wert 0,73 und n den Wert 0,376. Im zweiten Fall hingegen ist $C = 0,86$ und $n_V = 0,293$.

Die Gleichung von Viencenz ist in der Lage, seine eigenen Experimente mit R12 sowie die experimentellen Daten von Behringer [BEP-32], Wilson [WIJ-61], Margulova [MAT-53] mit einer Genauigkeit von $\pm 15\%$ zu bestimmen.

7 Drift-Modelle

Die in den bisherigen Kapiteln vorgestellten Modelle basieren auf einer Mittelwertbildung der Strömungsparameter (z.B. der Phasengeschwindigkeiten sowie des hieraus berechneten Schlupfes) über dem Rohrquerschnitt und vernachlässigen Einflüsse der Strömungsformen, d.h. die Informationen der radialen Phasenverteilung sowie der Geschwindigkeitsprofile über dem Strömungsquerschnitt. Die nachfolgend beschriebenen Modelle zur Berechnung des volumetrischen Dampfgehaltes berücksichtigen eine ungleichförmige Verteilung der Phasengeschwindigkeiten sowie des Dampfgehaltes über dem Strömungsquerschnitt.

7.1 Wallis

Bei dem Modell von Wallis [WAG-69] wird die Drift-Flux j_{GF} zwischen den Phasen mit Hilfe der effektiven Geschwindigkeiten bestimmt. Gemäß Kapitel 2 gilt

$$j_{GF} = \varepsilon(1 - \varepsilon)(u_G - u_{FI}) .$$

Je nach Strömungsform, Stoffdaten des Gemisches sowie dessen Dampfvolumentanteils unterscheidet Wallis drei verschiedene Strömungsformen (Blasenströmung, heterogene turbulente Strömung und Tröpfchenströmung) für die er Korrelationen zur Berechnung von j_{GF} angibt.

Für **Blasenströmungen** gilt

$$j_{GF} = u_{Bl,\infty} \varepsilon (1 - \varepsilon)^2 ,$$

mit $u_{Bl,\infty}$ als Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit, die Wallis anhand einer geringfügig modifizierten Form der Gleichung für die Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit im Bereich D - E von Peebles und Garber (vgl. Kap. 6.1.1.1) berechnet. Es gilt

$$u_{Bl,\infty} = 1,18 \left(\frac{g \sigma (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}^2} \right)^{0,25} .$$

Im Bereich der **heterogenen turbulenten Strömung** berechnet Wallis den Drift-Flux anhand

$$j_{\text{GFI}} = u_{\text{Bl},\infty} \varepsilon \quad ,$$

wobei Wallis diesmal zur Berechnung der Blasenendaufstiegsgeschwindigkeit die Gleichung vom Harmathy [HAT-60]

$$u_{\text{Bl},\infty} = 1,53 \left(\frac{g \sigma (\rho_{\text{FI}} - \rho_{\text{G}})}{\rho_{\text{FI}}^2} \right)^{0,25} .$$

verwendet. Im Bereich der Tröpfchenströmung schlägt Wallis die Gleichung

$$j_{\text{GFI}} = u_{\text{Tr},\infty} \varepsilon^2 (1 - \varepsilon)$$

vor. Die Tröpfchengeschwindigkeit wird anhand

$$u_{\text{Tr},\infty} = 1,4 \left(\frac{g \sigma (\rho_{\text{FI}} - \rho_{\text{G}})}{\rho_{\text{G}}^2} \right)^{0,25}$$

berechnet.

7.2 Bankoff

Das Modell von Bankoff [BAS-60] mündet zwar in seiner Endbeziehung in einer Korrelation für den Dampfanteil (vgl. Kap. 4.3), zählt aber aufgrund seines theoretischen Hintergrundes sowie seiner physikalischen Annahmen zur Klasse der Modelle, die eine radiale Dampfvolumenteil- bzw. Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigen. Bankoff betrachtet ausschließlich Blasenströmungen mit einer feindispersen Blasenverteilung und nimmt an, daß die örtliche Driftgeschwindigkeit zwischen den Phasen gegenüber der mittleren Strömungsgeschwindigkeit vernachlässigbar ist, d.h. die Phasen lokal die gleiche Geschwindigkeit besitzen. Bankoff geht von dem nachfolgend angegebenen Potenzansatz für die Gemischgeschwindigkeit $u(r)$ über dem Radius des Rohres aus.

$$\frac{u(r)}{u_{max}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{-m}$$

In obiger Gleichung kennzeichnet u_{max} den Maximalwert der Geschwindigkeit in der Rohrmitte bei $r = R$ und $u(r=0) = 0$. Weiterhin unterstellt Bankoff, daß sich das Maximum der Blasenkonzentration im Zentrum des Kanals befindet und zu den Rändern hin abnimmt. Zusätzlich nimmt Bankoff an, daß auch die radiale Verteilung des Dampfvolumentampfanteils über einen Potenzansatz beschrieben werden kann, d.h.

$$\frac{\varepsilon(r)}{\varepsilon_{max}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{-n},$$

mit $\varepsilon(r=0)=0$. Das Entstehen von Schlupf erklärt Bankoff dadurch, daß die Maximalwerte des Dampfvolumentanteils im Bereich der Maximalwerte der Gemischgeschwindigkeit anzutreffen sind, und damit die über dem Strömungsquerschnitt gemittelte Dampfgeschwindigkeit größer als die mittlere Flüssigkeitgeschwindigkeit ist.

Nach Einsetzen der beiden obigen Gleichungen in die Kontinuitätsgleichung und Integration über dem Strömungsquerschnitt folgt schließlich

$$\varepsilon = K_{Ban} \frac{1}{1 + \frac{(1-\dot{x})\rho_G}{\dot{x}\rho_{Fl}}} = K_{Ban} \dot{\varepsilon}.$$

K_{Ban} kennzeichnet in obiger Gleichung den Strömungsfaktor, der definiert ist als

$$K_{Ban} = \frac{2(m+n+mn)(m+n+2mn)}{(n+1)(2n+1)(m+1)(2m+1)},$$

wobei K_{Ban} je nach Strömungsprofil Werte zwischen 0,7 und 0,9 besitzt. Für Wasser-Dampf Strömungen gibt Bankoff eine empirische Gleichung zur Berechnung des K_{Ban} Wertes an. Diese lautet

$$K_{Ban} = 0,71 + 0,3209 \frac{p}{p_{krit}}.$$

In obiger Gleichung bezeichnet p den Druck in der Einheit bar und p_{krit} den kritischen Druck, der den Wert 221,21 bar besitzt. Allerdings geht hierdurch die Allgemeingültigkeit verloren.

7.3 Zuber und Findlay

Zuber und Findlay [ZUN-65] erweiterten den Ansatzes von Bankoff dahingehend, daß sie den Einfluß der örtlichen Driftgeschwindigkeit zwischen den Phasen berücksichtigen. Daher ist das Modell von Zuber und Findlay im Gegensatz zu dem Modell von Bankoff nicht auf bestimmte Strömungsformen beschränkt.

Zuber und Findlay beschreiben die Relativgeschwindigkeit der Phasen mit Hilfe des Ansatzes von Behringer [BEH-36]. Dieser besagt, daß die Geschwindigkeit der Dampfblasen in einem Gemisch sich als Summe der mittleren Gemischgeschwindigkeit u_m sowie der Endgeschwindigkeit einer in einer ruhenden Flüssigkeit und unbeeinflußt von Wänden aufsteigenden Einzelblase $u_{\text{Bl}\infty}$ ergibt. Es gilt

$$u_{\text{Bl}} = u_m + u_{\text{Bl}\infty} .$$

Die mittlere Gemischgeschwindigkeit berechnet sich anhand der Gesamtvolumenstromdichte und der Querschnittsfläche A und kann in je einen Anteil für die Flüssigkeits- bzw. die Dampfphase aufgespalten werden, d.h.

$$u_m = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{(\dot{V}_{\text{Fl}} + \dot{V}_{\text{D}})}{A} .$$

Analog zu Behringer definieren Zuber und Findlay an jeder Stelle des Strömungsquerschnittes eine lokale Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen u_R , die als

$$u_R = u_G - u_{\text{Fl}}$$

definiert ist. Ferner führen die Autoren lokale Phasendriftgeschwindigkeiten ein, die die relative Bewegung jeder einzelnen Phase gegenüber der örtlichen Bewegung des Gemisches beschreiben. Diese entspricht der lokalen Volumenstromdichte j . Es gilt

$$u_G = j + u_{Gj}$$

und

$$u_{Fj} = j + u_{Fjj} .$$

Zur Berechnung der makroskopischen Geschwindigkeiten werden nun gemäß der in Kap. 2 beschriebenen Mittelungsvorschriften die mikroskopischen Geschwindigkeiten mit den lokalen Phasenanteilen gewichtet und über dem Strömungsquerschnitt integriert, d.h.

$$\frac{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon u_G dA}{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon dA} = \frac{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon j dA}{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon dA} + \frac{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon u_{Gj} dA}{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon dA}$$

Der Term links des Gleichheitszeichens entspricht der makroskopische Phasengeschwindigkeit u_G (vgl. Kap. 2). Erweitert man den zweiten Term in der obigen Gleichung mit $\frac{1}{A_0} \int j dA$, so erhält man den Ausdruck

$$\frac{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon j dA}{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon dA} \frac{\frac{1}{A_0} \int j dA}{\frac{1}{A_0} \int j dA} = C_0 \frac{1}{A_0} \int j dA = C_0 j .$$

C_0 kennzeichnet den sog. Phasenverteilungsparameter, der als Quotient des Mittelwertes des Produktes aus Volumenstromdichte j und dem Dampfvolumenteil ε sowie dem Produkt der einzelnen Mittelwerte

$$C_0 = \frac{\frac{1}{A_0} \int \varepsilon j dA}{\frac{1}{A_0} \int j dA \frac{1}{A_0} \int \varepsilon dA}$$

definiert ist. Durch Einführen der Größe C_0 wird berücksichtigt, daß in engen Kanälen die Zweiphasenströmung durch die umgebenden Wände beeinflusst wird.

Auf die Berechnung des Phasenverteilungsparameters wird in Anhang A ausführlich eingegangen.

Der dritte Term in der obigen Gl. ist der sog. Drift-Term, d.h. die mit dem mikroskopischen Dampfvolumenteil ε gewichtete Driftgeschwindigkeit u_{Gj}

$$\frac{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon u_{Gj} dA}{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon dA} = u_{Gj}.$$

Somit erhält man für u_G den von Zuber und Findlay vorgeschlagenen Ansatz

$$u_G = C_0 j + u_{Gj}.$$

Zur Berechnung von u_G müssen somit der Parameter C_0 und die Driftgeschwindigkeit u_{Gj} bekannt sein. Aus dem Vergleich mit experimentellen Daten stellten Zuber und Findlay fest, daß C_0 im wesentlichen konstant ist und in Abhängigkeit vom Druck Werte zwischen 1,1 und 1,3 annimmt (vgl. Anhang A).

Der zweite unbekannte Parameter, die Phasendriftgeschwindigkeit u_{Gj} , ist nach Zuber und Findlay eine Funktion der Aufstiegsgeschwindigkeit der Blasen sowie des Dampfgehaltes. Damit ergibt sich eine Abhängigkeit von der jeweils vorliegenden Strömungsform. Für Schaumströmungen berechnen Zuber und Findlay die Phasendriftgeschwindigkeit anhand

$$\overline{u_{Gj}} = C \left[\frac{\sigma g (\rho_{Fl} - \rho_G)}{\rho_{Fl}^2} \right]^{0,25}.$$

Die Konstante C empfehlen Zuber und Findlay unter zu Hilfenahme von Untersuchungen von Harmathy [HAT-60] bzw. Peebles und Garber [PEF-53] die Werte 1,18 bzw. 1,53. Analog schlagen Zuber und Findlay für den Bereich der Blasenströmung die nachfolgend angegebene Gleichung vor:

$$\overline{u_{Gj}} = 0,35 \left[\frac{\sigma g (\rho_{Fl} - \rho_G)}{\rho_{Fl}^2} \right]^{0,5}.$$

Die über dem Strömungsquerschnitt gemittelte Gleichung für die Phasendriftgeschwindigkeit des Dampfes, läßt sich bei Vernachlässigung des Schlupfes zwischen den Phasen in die Korrelation von Bankoff überführen. In diesem Fall besitzt die Phasendriftgeschwindigkeit und somit folglich auch der gesamte zweite Term des Nenners den Wert Null. Der Phasenverteilungsparameter ist dann der Kehrwert des Bankoff-Parameters K_{Ban} .

7.4 Kelly, Dougall und Cantineau

Nach Kelly, Dougall und Cantineau [KER-74] ergibt sich die Driftgeschwindigkeit der Dampfphase als Funktion des Dampfvolumentanteils ε sowie des Phasenverteilungsparameters C_0 . Kelly et al. gehen hierbei von dem Ansatz von Zuber und Findlay

$$u_G = C_0 j + u_{Gj} = C_0 \frac{1}{A} \int_0^A j \, dA + \frac{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon u_{Gj} \, dA}{\frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon \, dA}$$

aus und berechnen den zweiten Term rechts des Gleichheitszeichens, der auch als Drift-Term bezeichnet wird, dergestalt, daß dessen Extremwert die Gegenstrombegrenzung ergibt. Die Gegenstrombegrenzung $u_{G,L}$ berechnen Kelly, Dougall und Cantineau anhand der Korrelation von Pushkina und Sorokin [PUO-69]

$$u_{G,L} = 3.2 \left[\frac{g(\rho_{Fl} - \rho_G) \sigma}{\rho_V^2} \right]^{1/4}.$$

Über den Zusammenhang mit der Einhüllenden-Theorie ergibt sich nun der Drift-Term zu

$$u_{Gj} = \frac{u_{G,L} C_0 (1 - \varepsilon C_0)}{\varepsilon C_0 + m^2 \sqrt{\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G}} (1 - \varepsilon C_0)},$$

wobei die Autoren vereinfachend annehmen, daß der Phasenverteilungsparameter C_0 den Wert 1,0 und die Konstante m den Wert 0,7 besitzt. Die Korrelation liefert für das gesamte Spektrum der Dampfvolumentanteile ($0 < \varepsilon < 1$) einen Drift-Term. Die Verwendung der Korrelation von Pushkina und Sorokin führt hier auch zu einer Unabhängigkeit der Drift Gleichung vom hydraulischen Durchmesser des Rohres.

7.5 Kataoka und Ishii

Von Kataoka und Ishii [KA1-86] wurden Blasenaufstiegsmodelle in stagnierenden Flüssigkeiten verschiedener Autoren (z.B. Wilson, Carrier, Styrikovic und Filimonov) ausgewertet und in einer eigenen Korrelation zusammengefaßt. Kataoka und Ishii konzentrieren sich hierbei auf die Strömungsformen Blasenströmung, Pfropfenströmung, Kolbenströmung und aufgewühlte, turbulente Strömung mit $\varepsilon < 60\%$. Als Korrelationsansatz benutzen Kataoka und Ishii hierbei die Drift-Flux-Theorie von Zuber und Findlay (vgl. Kap. 7.3), in die sie geeignete dimensionslose Kennzahlen wie den dimensionslosen hydraulischen Durchmesser D_{hyd}^*

$$D_{hyd}^* = \frac{D_{hyd}}{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{Fl} - \rho_G)}}},$$

die Zähigkeitskennzahl $N_{\eta Fl}$

$$N_{\eta Fl} = \frac{\eta_{Fl}}{\rho_{Fl} \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{Fl} - \rho_G)}}}$$

und die dimensionslose Phasendriftgeschwindigkeit V_{Gj}^+

$$V_{Gj}^+ = \frac{V_{Gj}}{\sqrt[4]{\frac{\sigma g(\rho_{Fl} - \rho_G)}{\rho_{Fl}^2}}}$$

einführen. Für $D_{hyd}^* \leq 30$ gilt

$$V_{GJ}^+ = 0.0019 D_{\text{hyd}}^{*0.809} \left(\frac{\rho_G}{\rho_{FI}} \right)^{-0.157} N_{\eta FI}^{-0.562}$$

und für $D_{\text{hyd}}^* > 30$

$$V_{Gj}^+ = 0.03 \left(\frac{\rho_G}{\rho_{FI}} \right)^{-0.157} N_{\eta FI}^{-0.562}$$

Das zuvor beschriebene Modell gilt für Rohrdurchmesser zwischen 1 - 61 cm und Drücke zwischen 0,1 - 13,8 MPa. Für eine stagnierende Wasserströmung, in die Luft bzw. Wasserdampf eingeleitet wird, spezifizieren Kataoka und Ishii die Genauigkeit ihres Drift-Modells mit $\pm 20\%$.

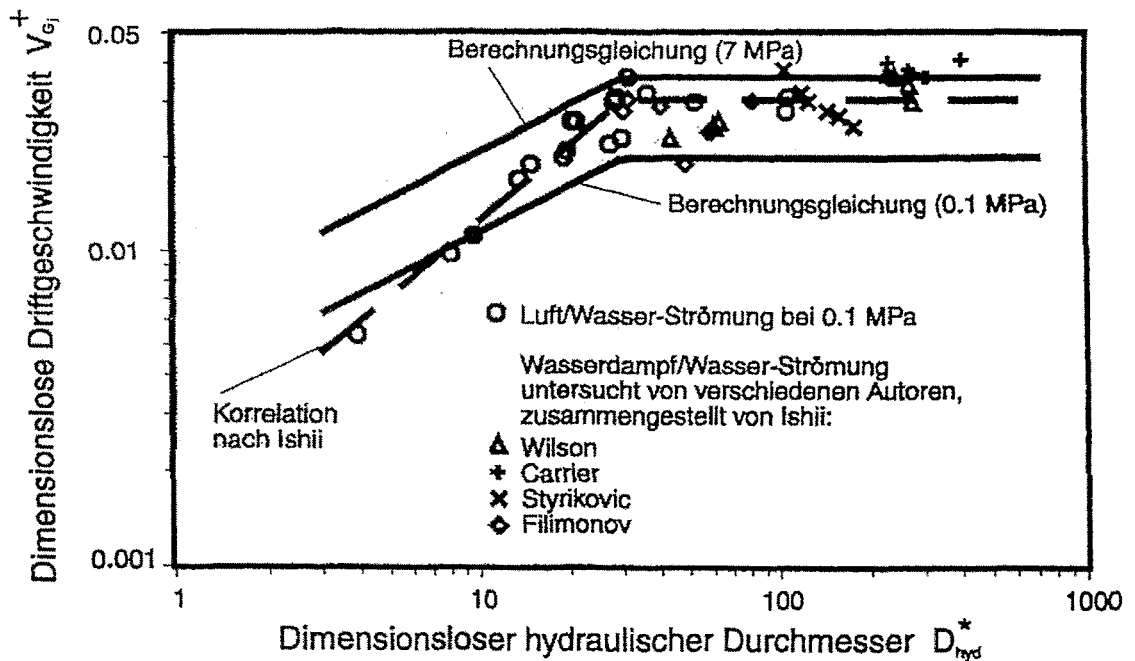


Bild 7.1: Dimensionslose Driftgeschwindigkeit über dimensionslosem hydraulischen Durchmesser nach Kataoka und Ishii

7.6 Sudo

Analog zu Kataoka und Ishii hat auch Sudo [SUY-80] die in der Literatur verfügbaren Daten zum Blasenauftstieg in stagnierenden Wasserströmungen ausgewertet. Anders jedoch als Kataoka und Ishii geht Sudo jedoch nicht von von der Drift-Flux-

Theorie von Zuber und Findlay (d.h. Aufteilung in Driftgeschwindigkeit und Profilschlupf) aus, sondern korreliert direkt den Dampfvolumentanteil ε mit dem Dampfvolumentstrom.

Mit Hilfe einer Dimensionsanalyse entwickelt Sudo den Potenzansatz

$$Y = aX^b,$$

mit

$$Y = \frac{\left(\frac{\sigma}{g\rho_{Fl}D_{hyd}^2} \right)^{0.128}}{\left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G} \right)^{0.125}} \frac{1}{\varepsilon}$$

und

$$X = \frac{\left(\frac{\eta_{Fl}}{\eta_G} \right)^{0.82}}{\left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G} \right)^{0.2}} \frac{j_G \eta_G}{\sigma}$$

Sudo unterscheidet die drei Strömungsformen (Blasen- bzw. Übergang Blasen- und Pfropfenströmung, vollentwickelte Pfropfenströmung und Ringströmung) und bestimmt hierfür die Koeffizienten a und b (vgl. Tab. 7.1).

Tab. 7.1: Korrelationsparameter des Potenzansatzes von Sudo.

Strömungsform	a	b	X
Blasenströmung Übergang Blasen- Pfropfenströmung	$5,23 \cdot 10^{-3}$	-0,704	$< 5 \cdot 10^{-4}$
vollentwickelte Blasenströmung	$9,3 \cdot 10^{-2}$	-0,3253	$5 \cdot 10^{-4} \leq X \leq 4 \cdot 10^{-3}$
Ringströmung	$5,4 \cdot 10^{-1}$	0	$4 \cdot 10^{-3} < X$

Das Modell von Sudo gilt für vertikale Rohre mit einem Durchmesser von 6.3 - 48.5 cm, Drücke von 0.6 - 11.1 MPa und einer Volumenstromdichte der Flüssigkeit j_{Fl} kleiner 0.3 m/s. Die Genauigkeit des Modells von Sudo liegt bei $\pm 15\%$.

7.7 Chexal-Lellouche

Das Modell von Chexal-Lellouche [CHB-861, CHB-862, CHB-89], das in der Literatur auch als EPRI-Korrelation bezeichnet wird, ist geeignet die Driftgeschwindigkeit bzw. der Phasenverteilungsparameter C_0 für vertikale, auf- sowie abwärtsgerichtete Gleich- und Gegenströmungen sowie CCFL (Counter Current Flow Limitation) in Rohren mit Durchmessern zwischen 0,01 - 1 m und Drücken zwischen 1 bar und dem kritischen Druck zu berechnen.

Das Modell basiert auf Potenzansätzen für die Driftgeschwindigkeit sowie den Phasenverteilungsparameter C_0 , die bis zu 20 Korrelationskonstanten enthalten. Diese wurden von Chexal-Lellouche durch Korrelation einer großer Datenmenge (ca. 1500 Meßwerte) bestimmt. Das Modell ist sehr aufwendig. Zusätzlich ist bei der Handhabung ist zu beachten, daß z.T. amerikanische Einheiten verwendet werden.

Zur Berechnung des Phasenverteilungsparameters C_0 sowie des Drift-Flux ist die Kenntnis des Drucks, des Rohrdurchmessers sowie der Leerrohrgeschwindigkeiten der Phasen notwendig. Diese besitzen positive Werte, falls sie das Rohr aufwärts durchströmen und negative Werte bei Abwärtsströmungen. Der Phasenverteilungsparameter C_0 wird nun wie folgt berechnet:

$$C_0 = \frac{1 - \exp(-D_P \varepsilon)}{[K_0 + (1 - K_0) \varepsilon^r]}$$

In obiger Gleichung berücksichtigt D_P die Druckabhängigkeit, wobei D_P anhand

$$D_P = \frac{4p_{krit}^2}{[p(p_{krit} - p)]}$$

berechnet wird. In obiger Gleichung bezeichnet p_{krit} den kritischen Druck, der für Wasser den Wert 221,29 bar besitzt. Weiterhin ist der Faktor K_0 definiert als

$$K_0 = D_2 + (1 - D_2) \left(\frac{\rho_G}{\rho_{\text{Fl}}} \right)^{0,25},$$

wobei für D_2 das Minimum aus 0,8 und dem Parameter D_3 der wiederum über

$$D_3 = \frac{1}{[1 + \exp(-\text{Re}/60000)]}$$

zu bestimmen ist. In obiger Gleichung kennzeichnet Re die Reynolds-Zahl. Es gilt $\text{Re} = \text{Re}_G$ für $\text{Re}_G > \text{Re}_{\text{Fl}}$ oder $\text{Re}_G < 0$ und $\text{Re} = \text{Re}_{\text{Fl}}$ für $\text{Re}_G \leq \text{Re}_{\text{Fl}}$. Die Re-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\text{Re}_G = \frac{\dot{x} \dot{m} D}{\eta_G}$$

und

$$\text{Re}_{\text{Fl}} = \frac{(1 - \dot{x}) \dot{m} D}{\eta_{\text{Fl}}}.$$

Der Exponent r aus der Gleichung für den Phasenparameter C_0 ist definiert als

$$r = \left(1 + 1,57 \frac{\rho_G}{\rho_{\text{Fl}}} \right) (1 - D_2).$$

Die Phasendriftgeschwindigkeit des Gases u_{Gj} berechnet sich nach dem Modell von Chexal-Lellouche anhand

$$\frac{u_{Gj}}{[\text{ft/s}]} = 1,41 \left[\frac{(\rho_{\text{Fl}} - \rho_G) \sigma g}{\rho_{\text{Fl}}^2} \right]^{0,25} (1 - \varepsilon)^{K_1} E_3 E_4 E_5$$

bzw. nach Umrechnung von ft/s in m/s

$$\frac{u_{Gj}}{[\text{m/s}]} = 0,4297 \left[\frac{(\rho_{\text{Fl}} - \rho_G) \sigma g}{\rho_{\text{Fl}}^2} \right]^{0,25} (1 - \varepsilon)^{K_1} E_3 E_4 E_5$$

mit $K_1 = D_2$ für $Re_G \geq 0$ bzw. $K_1 = \min[0,65; 0,5 \exp(Re_G/4000)]$ für $Re_G < 0$. Der Faktor E_3 berechnet sich für $E_6 = \sqrt{150(\rho_G/\rho_{Fl})} < 1$ anhand

$$E_3 = \frac{1}{1 - \exp(-E_7)},$$

in allen anderen Fällen hingegen besitzt C_3 den Wert 1. Der Parameter C_7 ist wiederum definiert als

$$E_7 = \frac{E_6}{1 - E_6}.$$

Der Parameter E_4 hängt von der Strömungsrichtung der Phasen ab, wobei die 3 Fälle gleichgerichtete Aufwärtsströmung, gleichgerichtete Abwärtsströmung sowie Gegenströmung mit aufwärtsgerichteter Gas- und abwärtsgerichteter Flüssigkeitsströmung zu unterscheiden sind.

Für den Bereich der Gleichströmung existiert immer eine Lösung, die unabhängig von der Größe der Volumenstromdichten j_G und j_{Fl} ist. Für eine **gleichgerichtete Aufwärtsströmung** (d.h. beide Leerrohrgeschwindigkeiten sind positiv) ist

$$E_4 = \max[0,5; 2 \exp(-|Re_{Fl}|/60000)],$$

für eine **gleichgerichtete Abwärtsströmung** (d.h. beide Leerrohrgeschwindigkeiten sind negativ)

$$E_4 = 2(E_{11}/2)^{E_{12}},$$

mit

$$E_{11} = 2 \exp\left(\frac{|Re_{Fl}|}{350000}\right)^{0,4} + \left(\frac{D_1}{D}\right)^{0,25} |Re_{Fl}|^{0,001} - 1,75 |Re_{Fl}|^{0,03} \exp\left(\frac{-|Re_{Fl}|}{50000} \left(\frac{D_1}{D}\right)^2\right)$$

und

$$E_{12} = \frac{1}{[1 + 0,05 (|\text{Re}_{\text{Fl}}| / 350000)]^{0,4}}$$

In obiger Gleichung bezeichnet D_1 einen sog. Referenzdurchmesser, dieser besitzt den Wert 0,125 ft (bzw. 0,0381 m).

Für **Gegenströmungen** existieren für ein gegebenes Paar von Leerrohrgeschwindigkeiten zwei Lösungen für den Dampfvolumenteil ε . Soll der kleinere der beiden Dampfvolumenteil bestimmt werden, d.h. $\varepsilon_{\text{ge}} = \max(\varepsilon_1; \varepsilon_2)$ berechnet sich E_4 wie zuvor für den Fall der gleichgerichteten Abwärtsströmung beschrieben. Im anderen Fall, d.h. $\varepsilon_{\text{ge}} = \min(\varepsilon_1; \varepsilon_2)$ berechnet sich E_4 als Minimum von

$$E_4 = \min \left(2(E_{11}/2)^{E_{12}}; 2(E_{11}/2)^{E_{12}} \left(\frac{j_{\text{Fl}}}{j_{\text{Fl}}^*} \right) + 1 - \left(\frac{j_{\text{Fl}}}{j_{\text{Fl}}^*} \right) \left(1 + \frac{|\text{Re}_{\text{Fl}}|}{60000} \right) \right).$$

Der Fall entspricht einer Lösung unterhalb der Gegenstromgrenze, der zweite Fall einer Lösung exakt auf der Gegenstromgrenze. In der obigen Gleichung bezeichnet j_{Fl}^* die Grenzleerrohrgeschwindigkeit der Flüssigkeit, die z.B. anhand der in Anhang B angegebenen Korrelationen für einen gegebenen Wert der Dampfleerrohrgeschwindigkeit berechnet werden kann.

Der Koeffizient E_5 berechnet sich in Abhängigkeit von der Größe E_8 , die definiert ist als

$$E_8 = \left(\frac{D_2}{D_{\text{hyd}}} \right)^{0,6}.$$

In der obigen Definition kennzeichnet D_2 einen Referenzdurchmesser, der den Wert 0.3 ft (= 9,14 cm) besitzt). Für $E_8 \geq 1$ ist $E_5 = 1$, für $E_8 < 1$ hingegen berechnet sich E_5 anhand

$$E_5 = \frac{1}{1 - \exp(-E_8)}$$

mit

$$E_9 = \frac{E_8}{1 - E_8} .$$

7.8 Cunningham und Yeh

Cunningham und Yeh [CUJ-73] haben Meßdaten für den Dampfvolumenanteil ε für vertikale Strömungen in Zwischenräumen von Stabbündeln in Abhängigkeit der Phasenvolumenstromdichten für Dampf j_G bzw. Flüssigkeit j_{Fl} korreliert. Als experimentelle Datenbasis dienten hierzu Stabbündel-Experimente des amerikanischen Reaktorherstellers Westinghouse. Die Versuchsstrecke umfaßt 480, elektrisch beheizte Brennstäbe mit einer Länge von 3660 mm. Dies entspricht einem 15×15 Brennelement mit einer ausreichenden Berandung von Brennstäben benachbarter Brennelemente zur Vermeidung von Randeinflüssen.

Nach Cunningham und Yeh berechnet sich der lokale Dampfvolumenanteil $\varepsilon(z)$, mit z als Lauflänge des Stabbündels, anhand

$$\alpha_G(z) = 0,925 \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl}} \right)^{0,239} \left(\frac{j_G(z)}{V_{bcr}} \right)^a \left(\frac{j_G(z)}{j_G(z) + j_{Fl}(z)} \right)^{0,6} ,$$

mit $a = 0,67$ für $(j_G(z)/u_{krit}) < 1$ bzw. $a = 0,47$ für $(j_G(z)/u_{krit}) \geq 1$. In der obigen Gl. bezeichnet u_{krit} die Aufstiegs geschwindigkeit der kritischen Dampfblase. Diese berechnet sich anhand

$$u_{krit} = \frac{2}{3} \sqrt{g R_{krit}} .$$

In obiger Gl. bezeichnet R_{krit} den Durchmesser der kritischen Dampfblase, der definiert ist als

$$R_{krit} = \left(\frac{1,53}{\frac{2}{3}} \right)^2 \sqrt{\frac{\sigma}{g \rho_L}} .$$

Die Korrelation gilt für Drücke zwischen 0.68 - 2.7 MPa und ist im wesentlichen beschränkt auf die Blasenströmung mit niedrigen Dampfvolumengehalten.

7.9 Sonnenburg

Das sog. "umfassende" Drift-Flux Modell von Sonnenburg [SOH-94] basiert auf der Vorstellung, das für eine Zweiphasenströmung im wesentlichen zwei Bereiche zu unterscheiden sind. In diesen folgt sowohl der Druckverlust als auch der Schlupf unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten. Im Bereich **niedriger Dampfvolumenanteile** (d.h. $\alpha < 0.8$) ist die mittlere Dampfgeschwindigkeit u_G nur geringfügig größer als die mittlere Wassergeschwindigkeit u_{FL} . Hierbei wird der Schlupf durch die Phasenverteilung in einem Rohrquerschnitt bestimmt. Im Bereich **hoher Dampfvolumenanteile** (d.h. $\alpha \geq 0.8$) hingegen ist u_G deutlich größer als u_{FL} und der Impulsaustausch zwischen den Phasen bekommt eine große Bedeutung.

Der Arbeit von Sonnenburg liegt die Idee zugrunde diese beiden, hinsichtlich der Mechanismen sehr verschiedenen Strömungsarten mit einem einheitlichen Ansatz zu beschreiben und speziell für reaktortypische Geometrien Berechnungsgleichungen für den Schlupf bzw. den Dampfvolumengehalt aufzustellen. Bis auf Ishii, der zwischen rechteckigen und kreisrunden Kanälen unterscheidet, berücksichtigt kein anderes der in diesem Bericht vorgestellten Modelle die Form und Abmessung der Strömungskanäle. Experimente haben jedoch gezeigt, daß sich in von kreisrunden Rohren abweichenden Geometrien erhebliche Abweichungen in der Ausbildung von Geschwindigkeitsunterschieden einstellen.

Basis für das Drift-Modell von Sonnenburg ist das Modell von Kelly, da hierbei

- (1) der Driftterm u_{Gj} in Abhängigkeit vom Phasenverteilungsparameter C_0 ausgedrückt wird und folglich die Verwendung des für die jeweilige Strömungsform zutreffenden und von den geometrischen Abmessungen des Strömungsquerschnitts abhängenden Verteilungsparameters C_0 eine korrekte Berechnung des zugehörigen Drift-Terms erwarten läßt

und

- (2) Flutbeginnkorrelationen zur Berechnung des Drift-Terms mit herangezogen werden.

Zwischen Drift und Flutbeginn besteht der in Bild 7.2 dargestellte Zusammenhang. Bei einer Wasser-Dampf-Gegenströmung, bei der das Wasser der Schwerkraft folgend nach unten und der Dampf z.B. durch einen aufgeprägten Druckgradienten nach oben strömt, ist eine Strömung nur innerhalb gewisser Grenzen der Volumenströme möglich. Wird also einem Strömungsweg mehr Wasser aufgegeben als Wasser im Gegenstrom den Dampf passieren kann, wird die Überschussmenge oberhalb der Einspeisung aufgestaut (Flutbeginn). Bei einer Steigerung des Dampfvolumentstroms gelangt man zu dem Punkt, wo kein Wasser mehr nach unten strömen kann (Gegenstromgrenze).

Als Achsen werden in Bild 7.2 die Wurzel der mit den Grenzleerrohrgeschwindigkeiten der Dampf- ($u_{G,L}$) bzw. der Flüssigkeitsphase ($u_{F,L}$) normierten Volumendichten verwendet. In dieser Darstellung wird der Flutbeginn durch folgende Geradengleichung beschrieben

$$\left(\frac{j_G}{u_{G,L}} \right)^{0,5} + \left(\frac{j_{FI}}{u_{F,L}} \right)^{0,5} = 1$$

Der Flutbeginn ist eine Eigenheit des Strömungsweges, der u.a. durch die geometrische Berandung des Kanals sowie dessen Abmessungen festgelegt ist. In Anhang B sind die wichtigsten Modelle zur Beschreibung des Flutbeginns beschrieben.

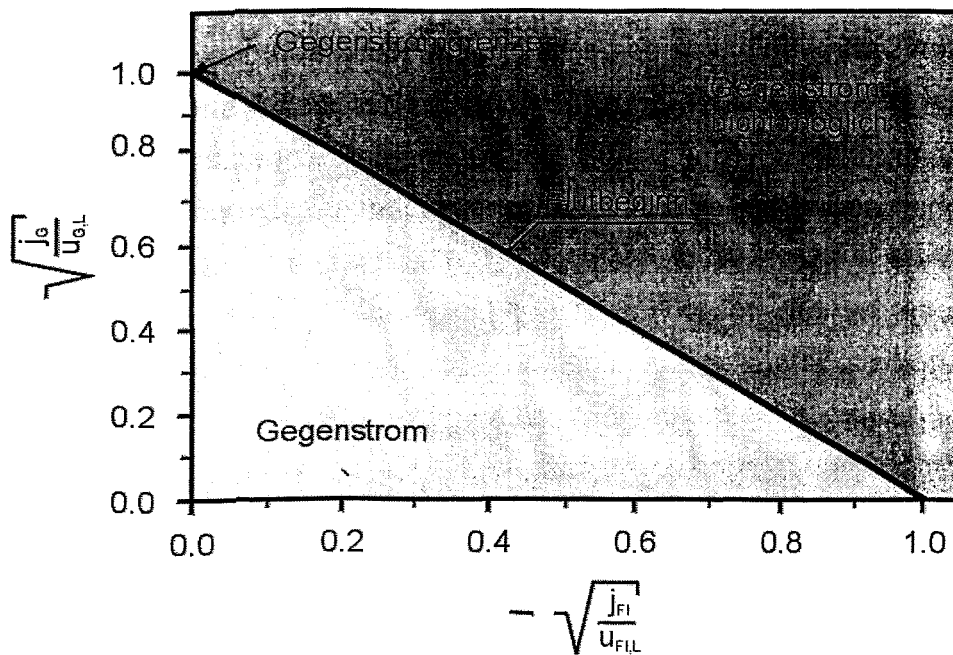


Bild 7.2: Flutbeginn - Darstellung gemäß [SOH-94].

Da die Drift-Gleichung auch für den Flutbeginn gilt, ist ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Gleichung von Zuber und Findlay sowie den Korrelationen für den Flutbeginn zu erwarten. Die Anwendung der Theorie der Einhüllenden - analog zu Kelly et al. - erlaubt hierbei Messungen der Volumenstromdichten zum Zustand Flutbeginn bzw. Korrelationen des Flutbeginns zur Berechnung der Geschwindigkeitsunterschiede mit heranzuziehen.

In seiner Arbeit [SOH-94] entwickelt Sonnenburg verschiedene Korrelationen für unterschiedliche geometrische Durchmesser. Dabei stellt er fest, daß der Flutbeginn und die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Phasen mit gleichen geometrischen Parametern korrelieren. Im Gegensatz zur vertikalen Rohrströmung ist bei einer horizontalen Strömung der Geschwindigkeitsunterschied vom Gradienten des Dampfvolumenthaltes abhängig.

Sonnenburg gibt in [SOH-94] eine allgemeine Berechnungsgleichung für die Geschwindigkeitsdifferenz der Phasen. Diese lautet

$$V_G - V_{FI} = (C_0 - C_{0,FI})j + \frac{j_{GFI}}{\varepsilon(1-\varepsilon)}$$

mit

$$C_{0,FI} = \frac{1 - C_0 \varepsilon}{(1 - \varepsilon)} .$$

In den obigen Gleichungen kennzeichnen j_{GFI} den Drift-Flux, der mit Hilfe der Grenzleerrohrgeschwindigkeiten zu berechnen ist und C_0 bzw. $C_{0,FI}$ die Phasenverteilungsparameter. Diese Gleichungen können für unterschiedliche Strömungskanäle und -formen angewendet werden und erlauben eine Anwendung weit über die allgemein üblichen Anforderungen (z.B. relevanter Druckbereich, den Wechsel von Gleich- zur Gegenströmung, Dampfvolumenanteile von 0 - 100%) hinaus. Nachfolgend werden für vier Anwendungsfälle (vertikales Rohr, horizontales Rohr, 90°-Krümmer mit Kreisquerschnitt sowie vertikale Stabbündel) die Berechnungsformeln für den Drift-Flux, den Phasenverteilungsparameter sowie die Grenzleerrohrgeschwindigkeiten zusammengestellt.

Vertikales Rohr mit Kreisquerschnitt

Drift-Flux

$$j_{GFI} = \frac{9}{16} Z_G V_{Flc} \left[\frac{1 + 4T^2}{3T^4} \sqrt{T^2 + \frac{1}{4}} - \frac{1 + 6T^2}{6T^4} \right]$$

$$\text{mit } T = \frac{3 Z_G u_{FI,L}}{4 Z_{FI} u_{G,L}} ,$$

$$Z_G = C_0 \varepsilon$$

$$\text{und } Z_{FI} = 1 - Z_G = C_0 (1 - \varepsilon) .$$

Phasenverteilungsparameter

$$C_0 = \min[C_{0,1}; C_{0,2}; C_{0,3}]$$

$$C_{0,1} = 1.2 - 0.2 \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{FI}}}$$

$$C_{0,2} = 1 + (1 - \varepsilon)(1 - E_d)$$

$$C_{0,3} = 1 + \frac{(1 - \varepsilon)(1 - E_d)}{\varepsilon + \left[\frac{1 + 1.75(1 - \varepsilon) \rho_G}{\sqrt{(1 - \varepsilon)} \rho_{FI}} \right]^{1/2}}$$

$$\text{mit } E_d = 1 - e^{\left(0,5 \frac{u_G - u_{G,L}}{u_G}\right)}$$

Grenzleerrohrgeschwindigkeiten

$$u_{G,L} = \sqrt{\frac{g D_{\text{mod}} (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G}}$$

$$u_{FI,L} = \sqrt{\frac{g D_{\text{mod}} (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}}}$$

$$\text{mit } D_{\text{mod}} = D_{\text{hyd}} \quad \text{für } D_{\text{hyd}}^* < 30$$

$$D_{\text{mod}} = 30 \frac{\sigma}{g (\rho_G - \rho_{FI})} \quad \text{für } D_{\text{hyd}}^* \geq 30$$

$$\text{und } D_{\text{hyd}}^* = \frac{D_{\text{hyd}}}{\sqrt{\frac{\sigma}{g (\rho_{FI} - \rho_G)}}}$$

90° - Rohrkrümmer mit Kreisquerschnitt

Drift-Flux

$$J_{GFI} = \frac{9}{16} Z_G V_{Flc} \left[\frac{1 + 4T^2}{3T^4} \sqrt{T^2 + \frac{1}{4}} - \frac{1 + 6T^2}{6T^4} \right]$$

$$\text{mit } T = \frac{3 Z_G V_{Flc}}{4 Z_{FI} V_{Gc}},$$

$$Z_G = C_0 \varepsilon$$

$$\text{und } Z_{\text{Fl}} = 1 - Z_{\text{G}} = C_0(1 - \varepsilon).$$

Phasenverteilungsparameter

$$C_0 = \min[C_{0,1}; C_{0,2}; C_{0,3}]$$

$$C_{0,1} = 1.2 - 0.2 \sqrt{\frac{\rho_{\text{G}}}{\rho_{\text{Fl}}}}$$

$$C_{0,2} = 1 + (1 - \varepsilon)(1 - E_{\text{d}})$$

$$C_{0,3} = 1 + \frac{(1 - \varepsilon)(1 - E_{\text{d}})}{\varepsilon + \left[\frac{1 + 1.75(1 - \varepsilon) \rho_{\text{G}}}{\sqrt{(1 - \varepsilon)} \rho_{\text{Fl}}} \right]^{1/2}}$$

$$\text{mit } E_{\text{d}} = 1 - e^{\left(\frac{0.5 \cdot u_{\text{G}} - u_{\text{G,L}}}{u_{\text{G}}} \right)}$$

Grenzleerrohrgeschwindigkeiten

$$u_{\text{G,L}} = 0.90^2 \sqrt{\frac{2 g H \sin \Theta (\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}})}{\rho_{\text{G}}}},$$

$$u_{\text{Fl,L}} = \frac{0.90^2}{0.73^2} \sqrt{\frac{2 g H \sin \Theta (\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}})}{\rho_{\text{Fl}}}}$$

mit $\Theta = 45^\circ$ (mittlerer Neigungswinkel des 90° Krümmers)

und Kanalhöhe $H = D$

Horizontales Rohr mit Kreisquerschnitt

Drift-Flux

$$J_{\text{GFl}} = \text{sign} \left[\frac{\partial \alpha_{\text{Fl}}}{\partial Z} \right] \frac{Z_{\text{G}} Z_{\text{Fl}}}{\frac{Z_{\text{G}}}{V_{\text{Gc}}} + \frac{Z_{\text{Fl}}}{V_{\text{Flc}}}}$$

$$\text{mit } Z_G = C_0 \varepsilon$$

$$\text{und } Z_{FI} = 1 - Z_G = C_0(1 - \varepsilon).$$

Phasenverteilungsparameter

$$C_0 = \min[C_{0,1}; C_{0,2}]$$

$$C_{0,1} = 1 + \frac{(1 - \varepsilon)(1 - E_d)}{\varepsilon + \left[\frac{1 + 1.75(1 - \varepsilon)\rho_G}{\sqrt{(1 - \varepsilon)\rho_{FI}}} \right]^{1/2}}$$

$$C_{0,2} = 1.4 - 0.4 \frac{\rho_G}{\rho_{FI}} j$$

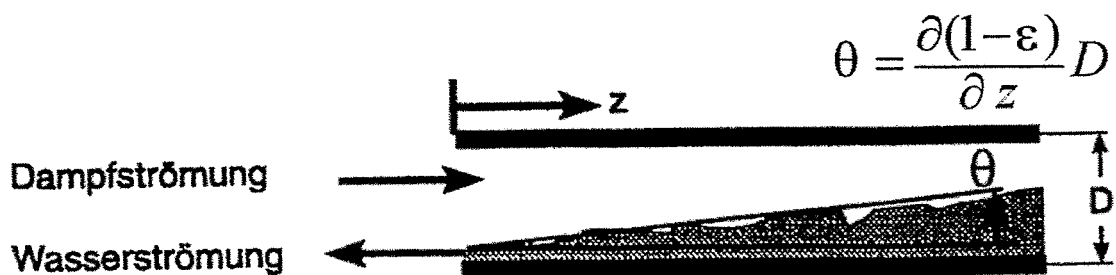
$$\text{mit } E_d = 1 - e^{\left(0.5 \frac{u_G - u_{G,L}}{u_G}\right)}$$

Grenzleerrohrgeschwindigkeit

$$V_{Gc} = 1.3225 \sqrt{\frac{2gD^2 \left| \frac{\partial(1 - \varepsilon)}{\partial z} \right| (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G}}$$

$$V_{Fic} = 2.4817 \sqrt{\frac{2gD^2 \left| \frac{\partial(1 - \varepsilon)}{\partial z} \right| (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}}}$$

mit $\frac{\partial(1 - \varepsilon)}{\partial z} D$ gemäß der folgenden Abbildung:



Strömung zwischen vertikalen Stabbündeln

Drift-Flux

$$J_{GFI} = \frac{9}{16} Z_G V_{Fic} \left[\frac{1+4T^2}{3T^4} \sqrt{T^2 + \frac{1}{4}} - \frac{1+6T^2}{6T^4} \right]$$

$$\text{mit } T = \frac{3 Z_G V_{Fic}}{4 Z_{FI} V_{Gc}},$$

$$Z_G = C_0 \varepsilon$$

$$\text{und } Z_{FI} = 1 - Z_G = C_0(1 - \varepsilon).$$

Phasenverteilungsparameter

$$C_0 = \min[C_{0,1}; C_{0,2}]$$

$$C_{0,1} = 1 + \frac{(1 - \varepsilon)(1 - E_d)}{\varepsilon + \left[\frac{1 + 1.75(1 - \varepsilon) \rho_G}{\sqrt{(1 - \varepsilon)} \rho_{FI}} \right]^{1/2}}$$

$$C_{0,2} = (1 - e^{-18\varepsilon}) \left(1.35 - 0.35 \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{FI}}} \right)$$

$$\text{mit } E_d = 1 - e^{\left(\frac{0.5 u_G - u_{G,L}}{u_G} \right)}$$

Grenzleerrohrgeschwindigkeiten

$$V_{G,L} = \sqrt[4]{\frac{\sigma g (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G^2} \left(1 + \tanh \left(\frac{D_{hyd}^* \pi}{80} \right) \right)^2}$$

$$V_{FI,L} = \sqrt[4]{\frac{\sigma g (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}^2} \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{u_G}{u_{FI}} \right)^{0.25}}$$

mit
$$D_{\text{hyd}}^* = \frac{D_{\text{hyd}}}{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{\text{Fl}} - \rho_{\text{G}})}}$$

Literaturverzeichnis

- [AHS-70] S. Y. Ahmad. *Axial Distribution of Bulk Temperature and Void Fraction in a Heated Channel with Inlet Subcooling*, Trans. ASME, Journal of Heat Transfer 92 (1970), S. 595-609.
- [ARA-59] A. A. Armand, G. G. Treshchev. *Investigation of the resistance during the movement of steam-Water mixtures in a heated boiler pipe at high pressures*, AERE Lib/Trans. 816, UK-Harwell, 1959.
- [BAS-60] S. G. Bankoff. *A Variable Density Single-Fluid Model for Two-phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flows*, Trans. ASME, Ser. C, Journal Heat Transfer 82 (1960), S. 265-276.
- [BEH-36] H. Behringer. *Die Strömung von Flüssigkeits-Gasgemischen in senkrechten Rohren*, Zeitschrift für die gesamte Kälteindustrie 43 (1936), Heft Nr. 3.
- [BEP-32] P. Behringer. *Steiggeschwindigkeit von Dampfblasen in Kesselrohren*, VDI-Forschungsheft 356 (1932).
- [BRH-71] H. Brauer. *Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmung*, Verlag Sauerländer, Frankfurt am Main, 1971.
- [BRH-73] H. Brauer, H. Thiele. *Bewegung von Partikelschwärmen*, Chemie-Ingenieur-Technik 45 (1973) 13, S. 909-912.
- [CHB-861] B. Chexal, J. Horowitz, G. Lellouche. *An Assessment of Eight Void Fraction Models for Vertical Flows*, NSAC-107, Electrical Power Research Institute, Palo Alto, California, 1986.
- [CHB-862] B. Chexal, G. Lellouche. *A Full Range Drift-Flux Correlation for Vertical Flows*, EPRI, NP-3989-SR, Revision 1, September 1986.
- [CHB-89] B. Chexal, G. Lellouche, J. Horowitz, J. Healzer, S. Oh. *The Chexal-Lellouche Void Fraction Correlation for Generalized Applications*,

- Proceedings of the NURETH-4, Karlsruhe, 10.-13. Oktober 1989, S. 996-1002.
- [CHJ-67] J. M. Chawla. *Wärmeübergang und Druckabfall in waagerechten Rohren bei der Strömung von verdampfenden Kältemitteln*, VDI-Forschungsheft 523, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1967.
- [CHJ-71] J. M. Chawla, P. van Böckh. *Kritische Massenstromdichte von Flüssigkeits/Gas-Gemischen*, Chemie-Ingenieur-Technik 43 (1971), Heft 20, S. 1106-1108.
- [CHJ-721] J. M. Chawla. *Impuls- und Wärmeübertragung bei der Strömung von Flüssigkeits/Dampfgemischen*. Chemie-Ingenieur-Technik 44 (1972), Heft 3, S.118-120.
- [CHJ-722] J. M. Chawla. *Reibungsdruckabfall bei der Strömung von Flüssigkeits/Gas-Gemischen in waagerechten Rohren*, Chemie-Ingenieur-Technik 44 (1972), Heft 1 und 2, S. 58 - 62.
- [CHK-80] K. S. Chung, C. P. Liu, C. L. Tien. *Flooding in Two-Phase Counter-current Flow, II Experimental Investigation*. Physicochem. Hydrdyn., Vol. 1, Nr. 2-3, S. 209-220, 1980.
- [CLR-66] R. Clift, C. L. Pritchard, R. M. Neddermann. *Effect of Viscosity on the Flooding Conditions in Wetted Wall Columns*, Chem. Eng.Sci., Vol. 22, S. 87-95, 1966.
- [COR-67] R. Collins. *The Effect of a Containing Cylindrical Boundary on the Velocity Of a large Gas Bubble in a Liquid*, J. Fluid Mech 28 (1967).
- [CUJ-73] J. P. Cunnigham, H.-C. Yeh. *Experiments and Void Correlation for PWR Small- Break LOCA Conditions*, in: Trans. ANS, 1973, S. 369-370.
- [DIG-71] G. E. Dix. *Vapor Void Fraction for Forced Convection with Subcooled Boiling at Low Flow Rates*, NEDO-10941, 1971.

- [DUA-79] A. E. Dukler, L. Smith. *Two-Phase Interactions in Countercurrent Flow, Studies of the Flooding Mechanism*, NUREG, CR-0617, NRC Washington D.C., 1979.
- [FRL-74] L. Friedel. *Modellgesetz für den Reibungsdruckverlust in der Zweiphasenströmung*, Dissertation, TU Hannover, 1997.
- [HAT-60] T. Z. Harmathy. *Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or restricted Extend*, A.I.Ch.E. Journal, Vol 6 (1960), S. 281-288.
- [HAW-56] W. L. Habermann, R. K. Morton. *An Experimental Study of Bubbles Moving in Liquids*, Am. Soc. of Civil Eng., Transactions, S. 227-252, 1956.
- [HEG-63] G. F. Hewitt, G. B. Wallis. *Flooding and Associated Phenomena in Falling Film Flow in a Tube*, AERE R-4022, United Kingdom Atomic Energy Authority, May 1963.
- [HEG-93] G. Hetsroni. *Flow Regimes, Pressure Drop and Void Fraction*, Short Courses on Multiphase Flow and Heat Transfer: Bases, Modelling and Applications in A: The Nuclear Power Industrie B: The Process Industries, Zürich, 22.-26. März 1993.
- [HUG-63] G. A. Hughmark. *Holdup in Gas Liquid Flow*, Chem. Engng. Progr. 58 (1962) 4, S. 62-65.
- [HUJ-75] J. Huhn, J. Wolf. *Zweiphasenströmung gasförmig/flüssig*, VEB Fachbuchverband Leipzig, 1. Auflage, Leipzig 1975.
- [ISM-77] M. Ishii. *One-Dimensional Drift-Flux-Model and Constitutive Equations for relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes*, ANL-77-47, October 1977.
- [JOA-64] A. B. Jones. *Hydrodynamic Stability of a Boiling Channel*, ICAPL 2170. KAPL 2290, Part 4, 1964.

- [KAI-86] I. Kataoka, M. Ishii. *Prediction of Pool Void Fraction by New Drift Flut Correlation*, NUREG/CR-4657, ANL-86-29, Juni 1986.
- [KER-74] R. D. Kelly, R. S. Dougall, B. J. Cantineau. *Application of Drift-Flux to Loss of Collant Analysis*, in: Trans. ASME, New York, 74-WA/hT-40, November 1974.
- [KOJ-64] J. J. Kowalzewski. *Two-Phase Flow in an Unheated and Heated Tube*, Dissertation ETH Zürich, Nr. 3466, Julins Verlag, Zürich 1964.
- [KRH-84] H. Kröning. *Untersuchungen von Gas-Füssigkeits-Strömungen in vertikalen Kanälen*. Dissertation, Universität Hannover, 1984.
- [KUA-53] A. V. Kurbatov. *The Bubbling and the Problem of Critical Loads in Steam Separation*, Trans. of the Power Inst., M. V. Molotow, Vol. 11, Moscov, 1953.
- [KÜA-65] A. Kütükcüoglu, D. H. Njo. *Dampfvolumenanteil (Void) beim Verdampfen*, TM-IN-307, EIR-Würenlingen, Schweiz, Juni 1965.
- [KUS-63] S.S. Kutateladze. *Osnovy teorii teploobmena*, Moskau: Masgiz 1962, S. 456.
- [LAD-60] D. A. Labuncov. *Obobscennye zavisimosti dlja teplootdaca pri puzyr'kovom kipenii zidkостей*, Teploenergetika (1960) 7, S. 76 - 81.
- [LAD-68] D. A. Labuncov, I. P. Kornjuchin, E. A. Zacharova. *Parosoderzanie druchfaznogo adiabatnogo potoka vertikal'nych kanalach*, Teploenergetika (1960) 7, S. 62 - 67.
- [LES-60] S. Levy. *Steam-Slip - Theoretical Prediction from Momentum Model*, Trans. ASME, Ser. C, Journal Heat Transfer 82 (1960), S. 113-124.
- [LOR-49] R. W. Lockhart, R. C. Martinelli. *Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two Component Flow in Pipes*, Chemical Engineering Progress Vol. 45 (1949), Nr. 1, S. 39.

- [LÖS-73] K. Löscher, W. Reinhardt. *Der Dampfgehalt von Einkomponentenströmungen bei ausgebildeter adiabater Strömung im horizontalen Rohr*, Dissertation, TU Dresden, 1973.
- [LUK-86] K. Lund. *Druckentlastung flüssigkeitsgefüllter Apparate*, Dissertation TU Hannover, 1996.
- [MAF-82] F. Mayinger. *Strömung und Wärmeübergang in Gas-Flüssigkeitsgemischen*. Springer Verlag, Wien New York, 1982.
- [MAG-65] G. Marrucci. *Rising velocity of a Swarm of Spherical Bubbles*, Ind. Eng. Chem. Fundam., 4, 1965, S. 224.
- [MAJ-62] J. F. Marchaterre, B. M. Hoglund. *Correlations for Two-Phase Flow*, Nucleonics 20, Nr. 142, 1962.
- [MAR-48] R. C. Martinelli, D. B. Nelson. *Prediction of Pressure Drop During Forced Circulation Boiling of Water*, Trans. ASME 70, August 1948, S. 695-702.
- [MAT-53] T. H. Margulova. *An Experimental Investigation of the Relative Velocity of Vapour in Bubbling Through a Layer of Water at High Pressure*, Trans. of the Power Inst., M. V. Molotow, Vol. 11, Moscov, 1953.
- [MEA-77] A. Mersmann. *Auslegung und Maßstabsvergrößerung von Blasen und Tropfensäulen*. Chemie-Ingenieur-Technik 49 (1977), Heft 9, S. 678 - 770.
- [MEA-83] A. Mersmann, I. Beyer von Morgenstern, A. Deixler. *Deformation, Stabilität und Geschwindigkeit fluider Partikel*, Chemie-Ingenieur-Technik 55 (1983), Heft 11, S. 865 - 867.
- [MEW-64] W. C. Meyer, J. F. Wilson. *Steam Volume Fractions in Flowing and Non-Flowing Two-Phase Mixtures*, Transaction of the American Nuclear Society (ANS-Transactions) 7 (2), November 1964, S. 507-508.

- [NAH-77] H. Nabizadeh-Araghi. *Modellgesetze und Parameteruntersuchungen für den volumetrischen Dampfgehalt in einer Zweiphasenströmung*, Dissertation, Technische Universität Hannover, 1977.
- [PEF-53] F. W. Peebles, H. J. Garber. *Studies on the motion of Gas Bubbles in Liquids*, Chemical Engineering Progress, Vol. 49 (1953), S. 88-97.
- [PRA-70] A. Premoli, D. Francesco, A. Pirna. *An empirical correlation for evaluating two phase mixture density under adiabatic conditions*, European Two-Phase Group Meeting, Milan, Italy 1970.
- [PUO-69] O. L. Pushkina, Y. L. Sorokin. *Breakdown of Liquid Film Motion in Vertical Tubes*, Heat Transfer Soviet Research, 1, Nr. 5, September 1969, S. 56 -64.
- [RIH-78] H. J. Richter, G. B. Wallis, K. H. Carter, S. L. Murphy. *Deentrainment and Countercurrent Air-Water Flow in a Model PWR Hot Leg*, Thayer School of Engineering, Dartmouth College Hanover, Final Report NRC-0193-9, 1978.
- [RIJ-54] J. F. Richardson, W. N. Zaki, *Sedimentation and Fluidization: Part I*, Trans. Instn. Chem. Engrs., 32, 1954, S. 34 - 53.
- [ROS-63] S. Z. Rouhani, K. M. Becker. *Measurement of Void-Fraction for Flow Heavy Water in a Vertical Round Duct*. AE-106, 1963.
- [ROS-69] S. Z. Rouhani. *Modified Correlations for Void and Two-Phase Pressure Drop*, AB Atomenergi, Internal Report, AE-RTV-841, März 1969.
- [SMS-70] S. L. Smith. *Void Fractions in Two-Phase Flow: Correlation Based Upon an Equal Velocity Head Model*. In: *Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 184, Pt 1, Nr. 36, S. 647-664, 1969-70*.
- [SOH-94] H.-G. Sonnenburg. *Berechnung der Phasendifferenzgeschwindigkeit von Wasser und Dampf in geometrisch unterschiedlich berandeten Kanälen*. Dissertation, TU Berlin, Fachbereich 6, 1994.

- [STL-56] L. S. Sterman. *The Correlation of Experimental Data for Vapour Bubbling through a Liquid*. Zd. Tech. Fiz 26, 1519 (1956).
- [SUY-80] Y. Sudo. *Estimation of Average Void-Fraction in Vertical Two-Phase Flow Channel under Low Liquid Velocity*, in: Journal of Nuclear Science and Technology, Vol.17, No. 1, 1980, S. 1-15.
- [THJ-64] J.R.S. Thom. *Prediction of Pressure Drop during Forced Circulation Boiling of Water*, International Journal Heat and Mass Transfer 7 (1964), S. 709-724.
- [VGU-62] U. H. von Glahn. *An empirical relation for predicting void fraction with two-phase steam water flow*, NASA TN-D-1189, 1962.
- [VIH-80] H.-J. Viencenz. *Blasenaufstieg und Phasenseparation in Behältern bei Dampfeinleitung und Druckentlastung*, Dissertation, Technische Universität Hannover, 1980.
- [VTM-88] F. Liepe (Herausgeber), *Verfahrenstechnische Berechnungsmethoden (Teil 4)*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1988.
- [WAG-61] G. B. Wallis. *Flooding Velocities for Air and Water in Vertical Tubes*, AEE Winfrinth, Report AEEW-R-123, Dezember 1961.
- [WAG-69] G. B. Wallis. *One-dimensional Two Phase Flow*, Mc Graw-Hill Book Company, 1969.
- [WIJ-61] J. F. Wilson, R. J. Grenda, J. F. Patterson. *Steam Volume Fraction in a Bubbling Two Phase Mixture*, Transactions of the American Nuclear Society (ANS-Transactions) 4 (1961), Nr. 2, Seite 356-357.
- [WIJ-62] J. F. Wilson. *The Velocity of Rising Steam in a Bubbling Two Phase Flow Mixture*, Transaction of the American Nuclear Society (ANS-Transactions) 5 (1962), S. 151-152.

- [ZIS-64] S. M. Zivi. *Estimation of Steady-State Void Fraction by Means of Minimum Entropy Production*, Trans. ASME, Ser. C, Journal Heat Transfer 86 (1964), p. 247-252.
- [ZUN-65] N. Zuber, J. A. Findlay. *Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems*. Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, November 1965, S. 453-468.

Anhang A:

Berechnung des Phasenverteilungsparameter C_0

Wie bereits in Kapitel 7 beschrieben, kennzeichnet der Phasenverteilungsparameter C_0 eine Korrekturgröße zwischen der ungleichmäßigen und gleichmäßigen Verteilung des Dampfgehaltes über dem Strömungsquerschnitt. Für Rohrströmungen besitzt C_0 folgende Werte (vgl. Bild A.1):

reine Gasphase	$C_0 = 1,$
Ringströmung	$C_0 \rightarrow 1,$
Blasenströmung	$C_0 \approx 1.2 - 1.3,$
entwickelnde Profile	$C_0 < 1 - C_0 = 1,$
Beginn Blasenbildung	$C_0 \ll 1,$
reine Flüssigkeitsströmung	$C_0 = 0.$

Die im obigen Kapitel angegebene Definitionsgleichung für den Phasenverteilungsparameter C_0

$$C_0 = \frac{\frac{1}{A} \int_A \vec{\varepsilon} \cdot \vec{j} dA}{\frac{1}{A} \int_A \vec{j} dA \frac{1}{A} \int_A \vec{\varepsilon} dA} = \frac{\overline{\varepsilon j}}{\overline{\varepsilon} \overline{j}}$$

kann nur mit Kenntnis der Dampfgehalts- und Geschwindigkeitsprofile entlang der Strömung berechnet werden. Beide Profile sind sowohl theoretisch als auch experimentell schwer zugänglich. Nachfolgend werden die wichtigsten theoretischen und empirischen Modelle zur Bestimmung von C_0 diskutiert. In der Regel ist es jedoch nicht notwendig die Phasenverteilung über dem Rohrquerschnitt zu kennen, sondern es genügt die Kenntnis des mittleren volumetrischen Dampfgehaltes an jeder axialen Position des Strömungskanal.

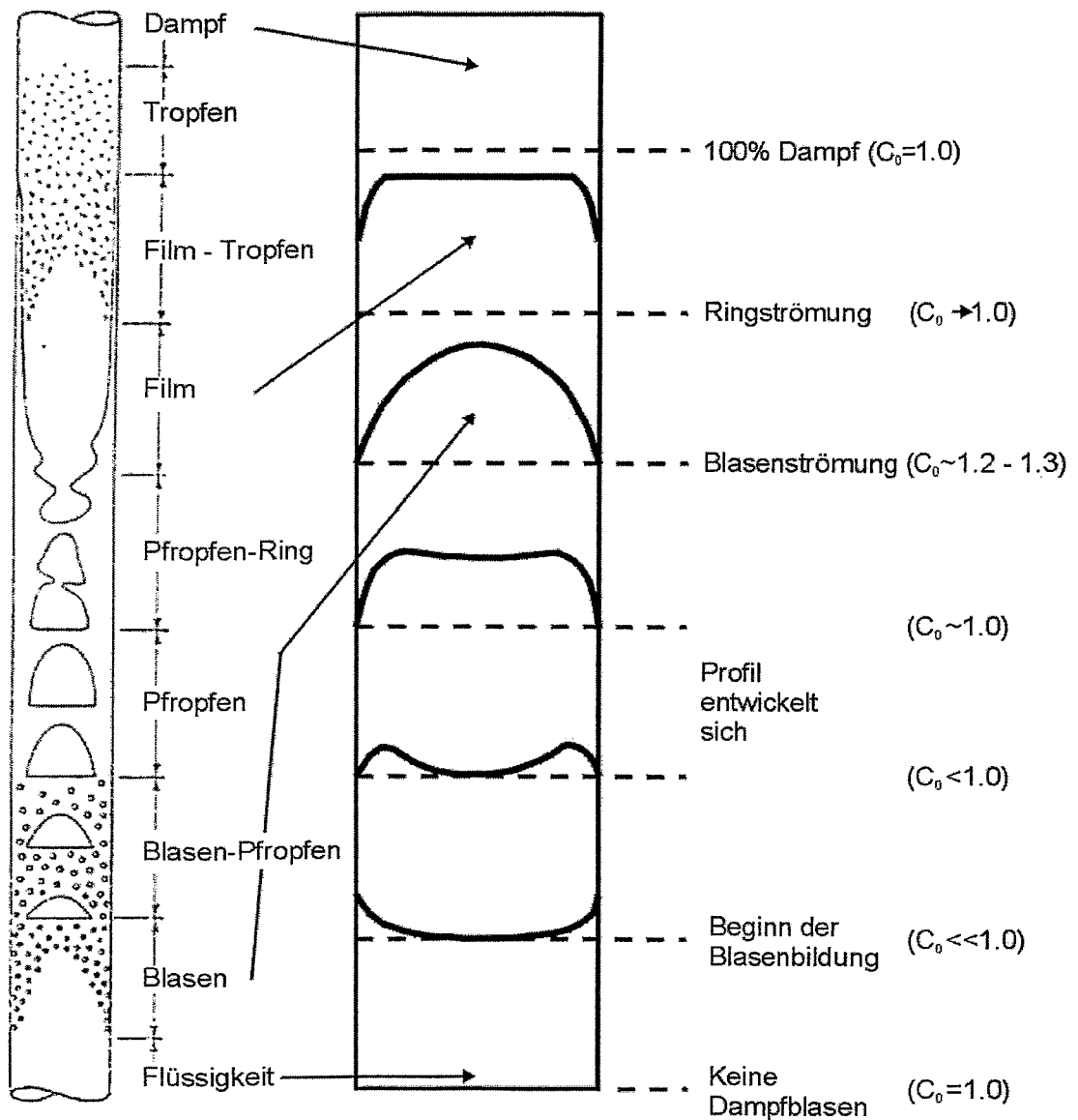


Bild A.1: Phasenverteilungsparameter C_0 .

A.1 Zuber und Findlay

Zuber und Findlay [ZUN-65] versuchen die Verteilungen für die örtliche Strömungsgeschwindigkeit sowie den Dampfvolumenteil für eine axialsymmetrische Strömung auf theoretischen Wege abzuleiten. Die Verteilung der beiden Größen beschreiben die Autoren mit Hilfe der Potenzansätze

$$\frac{j}{j_M} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^m$$

und

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_W}{\varepsilon_M - \varepsilon_W} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n.$$

In den beiden obigen Gleichungen kennzeichnen r die aktuelle Position innerhalb des Rohres an der die Volumenstromdichte sowie der Dampfvolumenteil bestimmt werden soll, R den Rohrradius, der Index M örtliche Größen in der Rohrmitte und der Index W örtliche Größen an der Rohrwand. Bei Einsetzen der obigen Gleichungen in die Definition für den Profilkoeffizienten ergibt sich C_0 in Abhängigkeit von ε_W schließlich zu

$$C_0 = 1 + \frac{2}{m+n+2} \left(1 - \frac{\varepsilon_W}{\varepsilon}\right)$$

bzw. in Abhängigkeit von ε_M

$$C_0 = 1 + \frac{m+2}{m+n+2} \left(1 + \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon} \frac{n}{m+2}\right).$$

An den obigen Gleichungen ist zu erkennen, daß z.B. im Falle des unterkühlten Siedens der Phasenverteilungsfaktor C_0 immer Werte kleiner als 1 besitzt. Dies ist plausibel, da die an der Wand gebildeten Blasen nach dem Ablösen von der Wand kondensieren. Folglich besitzt das Dampfgehaltsprofil an der Wand ein Maximum und es gilt $\varepsilon_W > \varepsilon$. Im thermischen Gleichgewicht hingegen können die Blasen existieren und sammeln sich nach dem Ablösen von der Wand im Zentrum des Rohres. In diesem Fall ist $\varepsilon_W < \varepsilon$ und C_0 wird größer als 1.

Unter der Annahme, daß der örtliche Dampfvolumenteil an der Wand signifikant geringer ist als in der Mitte, wird der Variationsbereich des Phasenverteilungsparameters von Zuber und Findlay zwischen 1 und 1,5 angegeben. Ferner stellen die Autoren eine Abhängigkeit vom Druck und der modifizierten Froude-Zahl Fr' fest (vgl. Tab. A.1). Diese ist definiert als

$$Fr' = \frac{\rho_{FI} j^2}{(\rho_{FI} - \rho_D) g D} .$$

Tab. A.1: Einfluß von Druck und Froude-Zahl auf den Phasenverteilungsparameter.

Druck	Froude-Zahl Fr'				
[bar]	14	30	50-60	80	333
20				1,23	1,14
40	1,38	1,33	1,25	1,19	1,1
70	1,33	1,25	1,2		1,08
120	1,19	1,11	1,1	1,09	1,03

A.2 Rouhani

Rouhani [ROS-69] schlägt zur Berechnung des Phasenverteilungsparameters im Bereich des unterkühlten Siedens folgende empirische Gleichung vor

$$C_0 = 1 + 0,2(1 - \dot{x}) Fr_{FI}^{-0,25} .$$

In obiger Gleichung kennzeichnet Fr_{FI} die Froude-Zahl der Flüssigkeit, die definiert ist als

$$Fr_{FI} = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{FI}^2 g D}$$

und mit der Massenströmdichte \dot{m} des Gemisches zu bilden ist.

A.3 Dix

Von Dix [DIG-71] wird ebenfalls für den Bereich des unterkühlten Siedens eine weitere empirische Korrelation zur Berechnung des Phasenverteilungsparameters C_0 angegeben. Diese lautet

$$C_0 = \dot{\epsilon} \left[1 + \left(\frac{1}{\dot{\epsilon}} - 1 \right)^b \right],$$

mit b als Exponenten der definiert ist als

$$b = \left(\frac{\rho_{Fl}}{\rho_G} \right)^{-0,1}.$$

Auffällig an der Korrelation von Dix ist, daß der Phasenverteilungsparameter nur vom Dampfmassenstromanteil und dem Dichteverhältnis der Phasen, nicht aber vom Massenstrom abhängt. Bei einer Extrapolation der Korrelationen von Rouhani als auch der von Dix in den Bereich höherer Dampfvolumentanteile, werden im Vergleich zu den Messungen zu kleine Werte für C_0 berechnet.

A.4 Nabizadeh

Nabizadeh [NAH-77] stellt merkliche Abweichungen zwischen den anhand der verschiedenen Berechnungsmethoden bestimmten Phasenverteilungsparameter fest. Daher greift er nochmals das theoretische Modell von Zuber und Findlay auf und erweitert dieses maßgeblich.

Gemäß Nabizadeh [NAH-77] kann der Phasenverteilungsparameter C_0 mittels der Potenzbeziehung

$$C_0 = \dot{\epsilon} \left[1 + \frac{1}{n} Fr^{-1} \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Fl}} \right)^{n_{Na}} \left(\frac{1 - \dot{x}}{\dot{x}} \right)^{1,22n_{Na}} \right]$$

bestimmt werden. In der obigen Gleichung wird der Einfluß des Auftriebs auf die Phasenverteilung mit Hilfe der Froude-Zahl Fr berücksichtigt. Die Froude-Zahl Fr ist mit der Gemischmassenstromdichte \dot{m} zu bilden, d.h.

$$Fr = \frac{\dot{m}^2}{\rho_{Fl}^2 g D} .$$

Der Parameter n_{Na} ist eine Funktion des Dichteverhältnisses der Phasen und definiert als

$$n_{Na} = \sqrt{0,6 \frac{\rho_{Fl} - \rho_G}{\rho_{Fl}}} .$$

In Bild A.2 ist der Phasenverteilungsparameter C_0 in Abhängigkeit von Druck und Dampfmassenstromanteil für $Fr = 15$ dargestellt. Bei niedrigen Dampfmassenstromanteilen besitzt C_0 Werte kleiner 1. Dies bedeutet, daß der Dampf volumenteil im betrachteten Strömungsquerschnitt in Wandnähe ein Maximum aufweist. Für mittlere Werte von \dot{x} nimmt der Phasenverteilungsparameter C_0 Werte größer 1 an. Hierdurch werden Strömungszustände charakterisiert, bei denen die Dampfkonzentration im Zentrum des Strömungsquerschnittes ein Maximum aufweist. Beispiel hierfür sind die Ringströmung oder die Blasenströmung. Für hohe Dampfmassenstromanteile, strebt C_0 gegen 1, d.h. es liegt eine Sprühströmung mit einer gleichmäßigen Verteilung der Tropfen über dem Strömungsquerschnitt vor.

Das Modell von Nabizadeh, daß selbst für den Bereich des unterkühlten Siedens gilt, wurde umfangreich mit eigenen Messungen sowie in der Literatur verfügbaren Experimenten verifiziert.

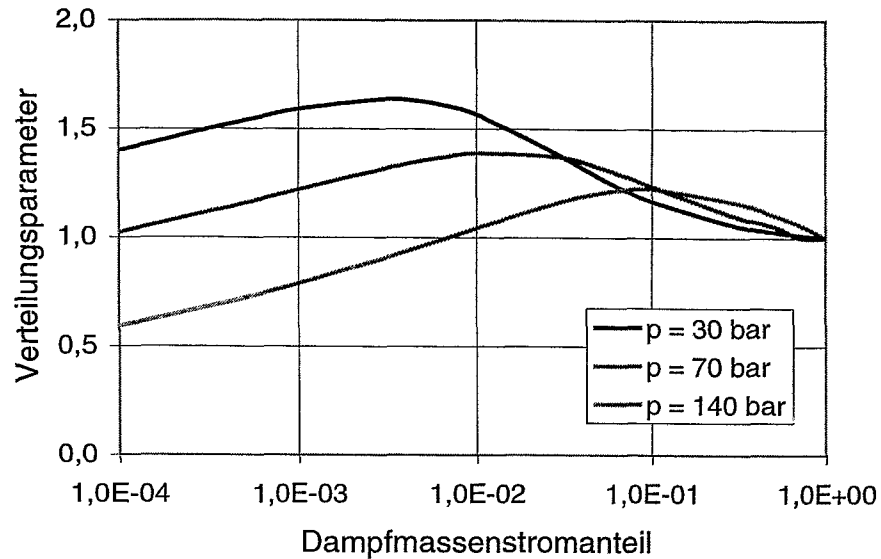


Bild A.2: Verteilungsparameter als Funktion des Dampfmassenstromanteil sowie des Drucks für $Fr = 15$ nach Nabizadeh [NAH-77].

A.5 Ishii

Ausgehend von dem Dampfvolumenteil der vorliegenden Strömungsform einer Ring-/Tröpfchenströmung versucht Ishii [ISM-77] mittels verschiedener Korrelationen den Phasenverteilungsparameter C_0 und den Drift-Term zu bestimmen. Aufbauend auf den Berechnungsmethoden von Zuber und Findlay übernimmt Ishii vollständig die entsprechenden Berechnungsvorschriften für die Pfropfen- und die turbulente Strömung. Dabei wird der Bereich niedriger Dampfvolumenteil durch konstante Verteilungsparameter beschrieben, während bei hohen Dampfvolumenteil eine funktionale Abhängigkeit zwischen den Verteilungsparametern und den Dampfvolumenteil zu verzeichnen ist.

Bei einer Ringströmung und einer Ring/Tropfenströmung werden von Ishii hierbei getrennte Impulsbilanzen aufgestellt. Infolge der Einführung des Parameters E_d , der den volumetrischen Anteil der flüssigen Phase beschreibt, der in Form von

Tropfen in der Dampfströmung vorliegt, wird eine lückenlose Beschreibung aller dazwischenliegenden Strömungszustände möglich.

Für den Phasenverteilungsparameter C_0 gilt folglich durch die Verwendung der Phasendichten in Abhängigkeit von E_d (entrained droplets):

$$C_0 = 1 + \frac{(1-\varepsilon)(1-E_d)}{\varepsilon + \left[\frac{1+1.75(1-\varepsilon)\rho_G}{\sqrt{\varepsilon\rho_{Fl}}} \right]^{1/2}} \quad \text{bzw.} \quad (1)$$

Für den Drift-Term ergibt sich als Folge einer Interpolation zwischen Tröpfchen- und Ringströmung in Abhängigkeit von E_d :

$$u_{GJ} = 1 + \frac{(1-\varepsilon)(1-E_d)}{\varepsilon + \left[\frac{1+1.75(1-\varepsilon)\rho_G}{\sqrt{\varepsilon\rho_{Fl}}} \right]^{1/2}} \sqrt{\frac{dD_{hyd}(1-\varepsilon)(1-E_d)}{0.015\rho_{Fl}}} + \frac{(1-\varepsilon)E_d}{\varepsilon + (1-\varepsilon)E_d} \sqrt{2 \left[\frac{g(\rho_{Fl} - \rho_G)\sigma}{\rho_G^2} \right]^{1/4}}$$

mit

$$E_d = 1 - e^{\left(\frac{0.5 u_G - u_{G,L}}{u_G} \right)}.$$

Für ausgewählte Geometrien (vertikale und horizontale Rohre, 90°-Krümmer, Stabbündel) finden sich Korrelationen zur Berechnung der Grenzleerrohrgeschwindigkeit $u_{G,L}$ in Kap. 7.9.

Anhang B:

Berechnung der Gegenstrombegrenzung

Derzeit existieren eine Vielzahl von Korrelationen für Berechnung der Gegenstromgrenze. Die Modelle basieren auf z.T. recht unterschiedlichen Vorstellungen. Ein Teil der Autoren geht davon aus, diese Begrenzung als eine Folge wachsender Instabilität zwischen den mit unterschiedlicher Geschwindigkeit strömenden Phasen zu verstehen ist. Andere Modelle unterstellen hingegen, daß sich einige typische Strömungsbilder wie hängende Filme oder stehende Wellen nur in Verbindung mit einer Gegenstrombegrenzung auftreten. Eine weitere Autorengruppe sieht die Gegenstrombegrenzung als einen Extremzustand der in gegengesetzte Richtung strömenden Volumenstromdichten der Phasen beschrieben (Einhüllenden-Theorie, vgl. Kap. 7.9).

B.1 Wallis

Ein weit verbreitetes Modell zur Bestimmung der Gegenstrombegrenzung in vertikalen Rohrleitungen stammt von Wallis [WAG-61]. Es gilt

$$j_G^{*1/2} + m j_{FI}^{*1/2} = C ,$$

wobei j_G^* und j_{FI}^* die sog. Wallis-Parameter kennzeichnen. Diese Parameter sind eine dimensionslose Volumenstromdichte und sind wie folgt definiert:

$$j_G^* = \frac{j_G}{\sqrt{\frac{Dg(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G}}}$$

bzw.

$$j_{FI}^* = \frac{j_{FI}}{\sqrt{\frac{Dg(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}}}}$$

Bei gleichen Wallis-Parametern stellen sich in unterschiedlichen Rohrleitungen ähnliche Strömungsformen ein. Die Korrelationsparameter m und C in der Gleichung für die Gegenstromgrenze wurden von zahlreichen Autoren bestimmt (vgl. Tab. B.1).

Tab. B.1: Korrelationsparameter diverser Autoren für die Gegenstromgrenze gemäß der von Wallis vorgeschlagenen Formulierung.

Autor	Abmessungen	Korrelationsparameter
Wallis [WAG-61]	D=0.0127m D=0.019m D=0.0254m D=0.051m L=1.22m	m=1.0 C=0.725...0.875
Dukler und Smith [DUA-79]	D=0.051 m L=3.94m	m=1.0 C=0.88
Hewitt und Wallis [HEG-63]	D=0.0318m L=1.22m	m=1.0 C=1.0
Clift [CLR-66]	D=0.0318m L=1.83m	m=0.34 C=0.79

Für horizontale Rohrströmungen sind derzeit keine Korrelationen zur Gegenstrombegrenzung bekannt. Für Krümmer mit einem Rohrdurchmesser von 0,18 m wurden von Richter [RIH-78] die Korrelationsparameter experimentell zu $C=0,7$ und $m=1$ bestimmt.

B.2 Kutateladze Parameter

Pushkina und Sorkin [PUO-69], sowie Chung et. al. [CHK-80] untersuchten in ihren Arbeiten vertikale Rohrströmungen mit größeren Durchmessern. Beide

Autorengruppen benutzen zur Beschreibung der Gegenstromgrenze eine Formulierung analog zu Wallis, bei der jedoch die Wallis-Parameter durch die Kutateladze-Parameter K_G und K_{FI} ersetzt werden. Es gilt

$$K_G^{*1/2} + fK_{FI}^{*1/2} = C ,$$

mit

$$K_G = \frac{j_G}{\left[\frac{\sigma g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G^2} \right]^{1/4}}$$

$$K_G = \frac{j_{FI}}{\left[\frac{\sigma g(\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_{FI}^2} \right]^{1/4}} .$$

Die Korrelationsparameter m und C in der obigen Gleichung für die Gegenstromgrenze wurden u.a. von Pushkina und Sorkin bzw. Chung et al. von zahlreichen Autoren bestimmt (vgl. Tab. B.1).

Tab. B.2: Korrelationsparameter von Pushkina und Sorkin sowie Chung et al. für die Gegenstromgrenze gemäß der von Kutateladze vorgeschlagenen Formulierung.

Autor	Abmessungen	Korrelationsparameter
Pushkina und Sorkin [PUO-69]	D= bis zu 0.31 m	0.005 < J_L < 0.064 C=1.79
Chung [CHK-80]	D= bis zu 0.07 m	f=0.65...0.8 C=1.79...2.1

B.3 Kröning

Kröning verallgemeinert die Formulierung der Gegenstrombegrenzung dergestalt, daß hiermit die Korrelationen vom Wallis- als auch vom Kutateladze-Typ wiedergegeben werden können. Hierbei werden die Volumenstromdichten von Wasser und Dampf mit den Grenzleerrohrgeschwindigkeiten normiert. Die Grenzleerrohrgeschwindigkeiten sind die Geschwindigkeiten, bei denen die jeweils andere Phase gerade stagniert. Die Formulierung für die Gegenstrombegrenzung nach Kröning lautet

$$\left[\frac{j_G}{V_{G,L}} \right]^{1/2} + \left[\frac{-j_{FI}}{V_{FI,L}} \right]^{1/2} = 1 .$$

Kröning gibt in [KRH-84] eine experimentell abgeleitete Korrelation für die Grenzleerrohrgeschwindigkeiten in vertikalen, rechteckigen Kanälen wahlweise mit und ohne Einbauten an. Diese lauten

$$u_{G,L} = \left[\frac{\sigma g (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G^2} \right]^{1/4} + \left[1 + \tanh \left(\frac{D_{hyd}^* \pi}{80} \right) \right]^2$$

und

$$u_{FI,L} = \left[\frac{\sigma g (\rho_{FI} - \rho_G)}{\rho_G^2} \right]^{1/4} \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{v_G}{v_{FI}} \right)^{1/4} .$$

In der obigen Gleichung kennzeichnet D_{hyd}^* den dimensionslosen hydraulischen Durchmesser, der definiert ist als

$$D_{hyd}^* = \frac{D_{hyd}}{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_{FI} - \rho_G)}}} .$$

Die Gleichungen für die Grenzleerrohrgeschwindigkeiten besitzen nach Kröning eine Genauigkeit von $\pm 15\%$.